

المحاضرة الثانية : الجبر البولي

د.سمير امبارك

الجبر البولي :

نوع من انواع الجبر عناصره العنصر 0 والعنصر 1
والعمليات المسموح بها هي عمليه NOT و عمليه AND
و عمليه OR

يتكون من ثلاثة عناصر رئيسية :

- المعادلات المنطقية
- الدوائر التركيبية (المنطقية)
- جدول الاحتمالات

الصيغ القانونية MINTERMS

كل حد عبارة عن ناتج عملية (AND)
كل حد يحتوي على جميع المتغيرات
قيمة الدالة عبارة عن عملية OR لجميع الحدود ذات القيمة '1'

مثال 1

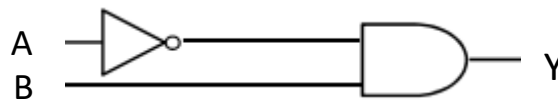
من جدول الاحتمالات التالي استنتاج الدالة الثنائية Y بصيغة MINTERMS
وارسم الدائرة المنطقية

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

الحل

لكل مخرج يشتغل ($Y=1$) نصمم بوابة AND وتكون مدخلاتها حسب الجدول

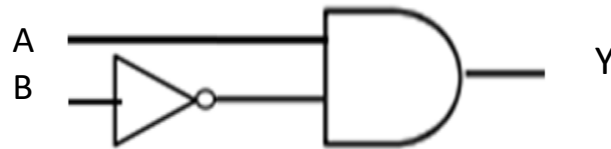
❖ الحالة الاولى للمخرج Y يساوي 1 مدخلاته عبارة عن $A=0$ في هذه الحالة سيكون المدخل A وتليها دائرة نفي (A منفية) و $B=1$ نصمم دائرة AND الخاصة به



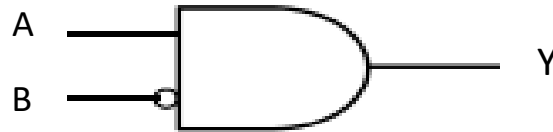
اختصارا ترسم بهذا الشكل



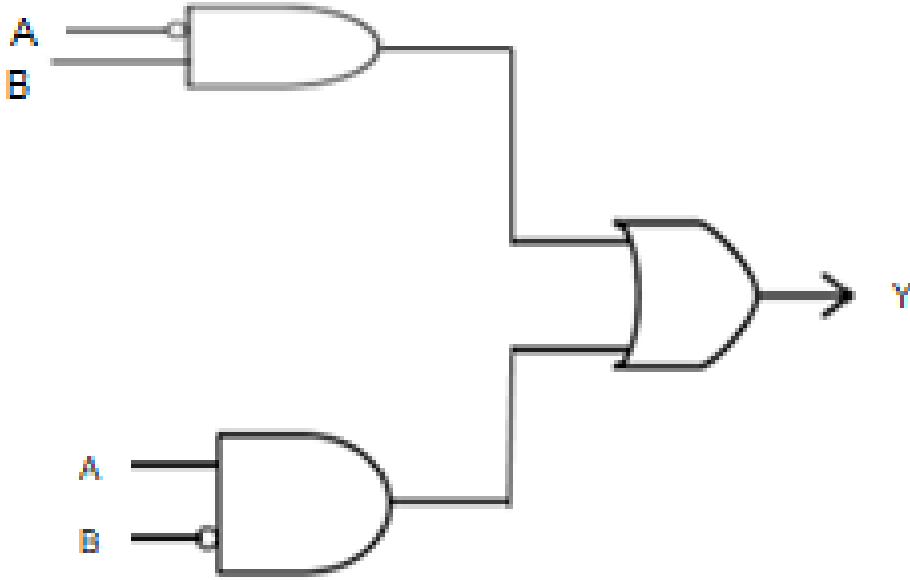
❖ الحالة الثانية للمخرج Y يساوي 1 مدخلاته عبارة عن $A=1$ و $B=0$ في هذه الحالة سيكون المدخل B وتليها دائرة نفي (B منفية) نصمم دائرة AND الخاصة به.



اختصارا ترسم بهذا الشكل



الدائرة التركيبية المطلوبة



- $Y(A,B) = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}$

- يعبر عنها بالصيغة القانونية

- $Y(A,B) = \sum m(1, 2)$

الصيغ القانونية MAXTERMS

كل حد عبارة عن ناتج عملية (OR)

كل حد يحتوي على جميع المتغيرات

قيمة الدالة تساوي عملية AND لجميع الحدود ذات القيمة '0'

مثال 2

من جدول الاحتمالات التالي استنتاج الدالة الثنائية Y بصيغة MAXTERMS وارسم الدائرة المنطقية

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- $Y(A,B) = (A+B) \cdot (\overline{A+B})$
- $Y(A,B) = \prod M(0, 3)$

نلاحظ من المثال 1

ان المعادلة الناتجة هي معادلة بوابة XOR لان الجدول المعطى في المثال هو جدول بوابة XOR.

ومنها نستنتج ان معادلة بوابة XOR التفصيلية هي :

$$A \oplus B = \bar{A}.B + A.\bar{B}$$

نلاحظ من المثال 2

ان المعادلة الناتجة هي معادلة بوابة XNOR لان الجدول المعطى في المثال هو جدول بوابة XNOR.

ومنها نستنتج ان معادلة بوابة XNOR التفصيلية هي :

$$A \odot B = (A.B) + (\overline{A}.\overline{B})$$

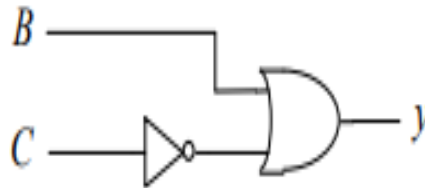
الصيغ القياسية

MINTERMS تشبه Sum-of-Products (SOP)

MAXTERMS تشبه Product-of-Sums (POS)

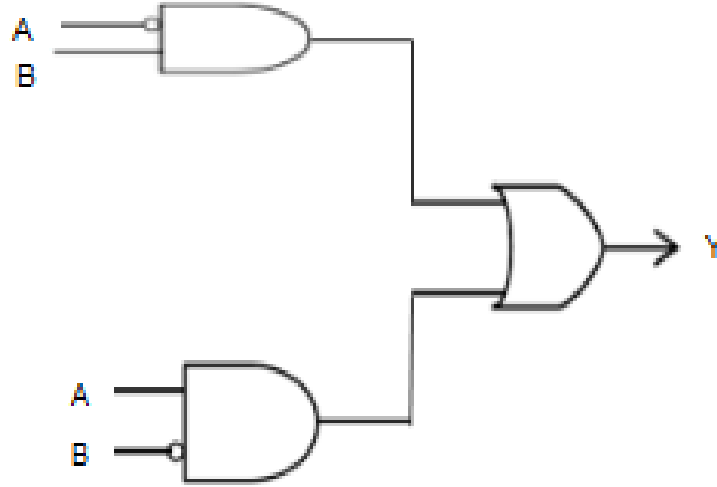
غير انها ليست بالضرورة على ان تحتوي على جميع المتغيرات
مثلا

$$Y(A,B,C) = B + \overline{C}$$



مثال 3 :

من الدائرة المنطقية التالية واكتب المعادلة الجبرية و اوجد جدول الاحتمالات



الحل :

المعادلة الجبرية المطلوبة :

$$Y(A,B) = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}$$

يعبر عنها بالصيغة القانونية

$$Y(A,B) = \sum m(1,2)$$

ولمعرفة جدول الاحتمالات المطلوب نعوض بجميع القيم
الممكنة ل A و B في المعادلة الجبرية او الدائرة المنطقية

A	B	Y
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

➤ في حالة $A=0$, $B=0$

A	B	Y
0	0	0
0	1	
1	0	
1	1	

$$Y = 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1$$

$$Y = 0 + 0$$

$$Y = 0$$

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	
1	1	

➤ في حالة $A=0$, $B=1$

$$Y = 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1$$

$$Y = 1 + 0$$

$$Y = 1$$

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	

➤ في حالة $A=1$, $B=0$

$$Y = 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1$$

$$Y = 0 + 1$$

$$Y = 1$$

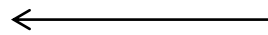
في حالة $A=1$, $B=1$ ➤

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$Y = 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1$$

$$Y = 1 + 0$$

$$Y = 1$$



إذا جدول الاحتمالات المطلوب :

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

مثال 4 :

صمم دائرة تركيبية لها مدخلان كل منهما عبارة عن عدد ثنائي من خانة واحدة .

مخرج الدائرة عبارة عن حاصل جمع المدخلين .

• الحل :

اولا : نضع جدول الاحتمالات وذلك بفرض جميع القيم المحتملة للمدخلين

A	B	Y
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

لتمثيل المخرج نحتاج لخانتين لنفرض ان الخانة الاولى نرمز لها برمز S والخانة الثانية نرمز لها بالرمز C .

A	B	C	S	
0	0	0	0	$0+0=00$
0	1	0	1	$0+1=01$
1	0	0	1	$1+0=01$
1	1	1	0	$1+1=10$

نبدأ بإيجاد المعادلة الجبرية للمخرج S ثم المخرج C

نبدأ بالمعادلة الجبرية للمخرج S

المعادلة المنطقية للمخرج S هي :

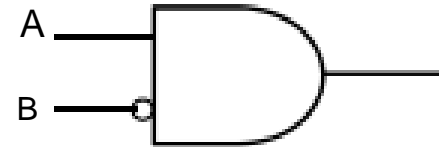
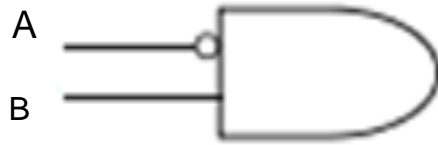
$$S = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}$$

المعادلة المنطقية للمخرج C هي

$$C = A \cdot B$$

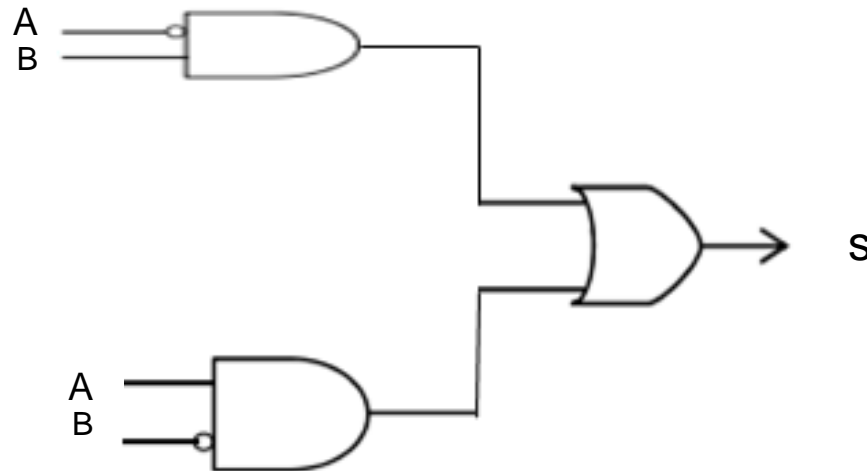
تانيا نرسم الدائرة المنطقية للمخرج S و المخرج C

• المخرج S : عبارة عن بوابتان AND



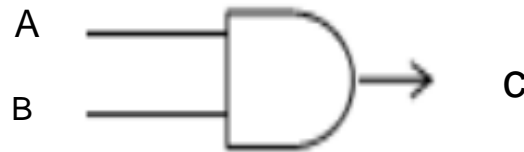
مخرجا البوابتان السابقتان سيدخلان في بوابة OR

الدائرة المنطقية للمخرج S

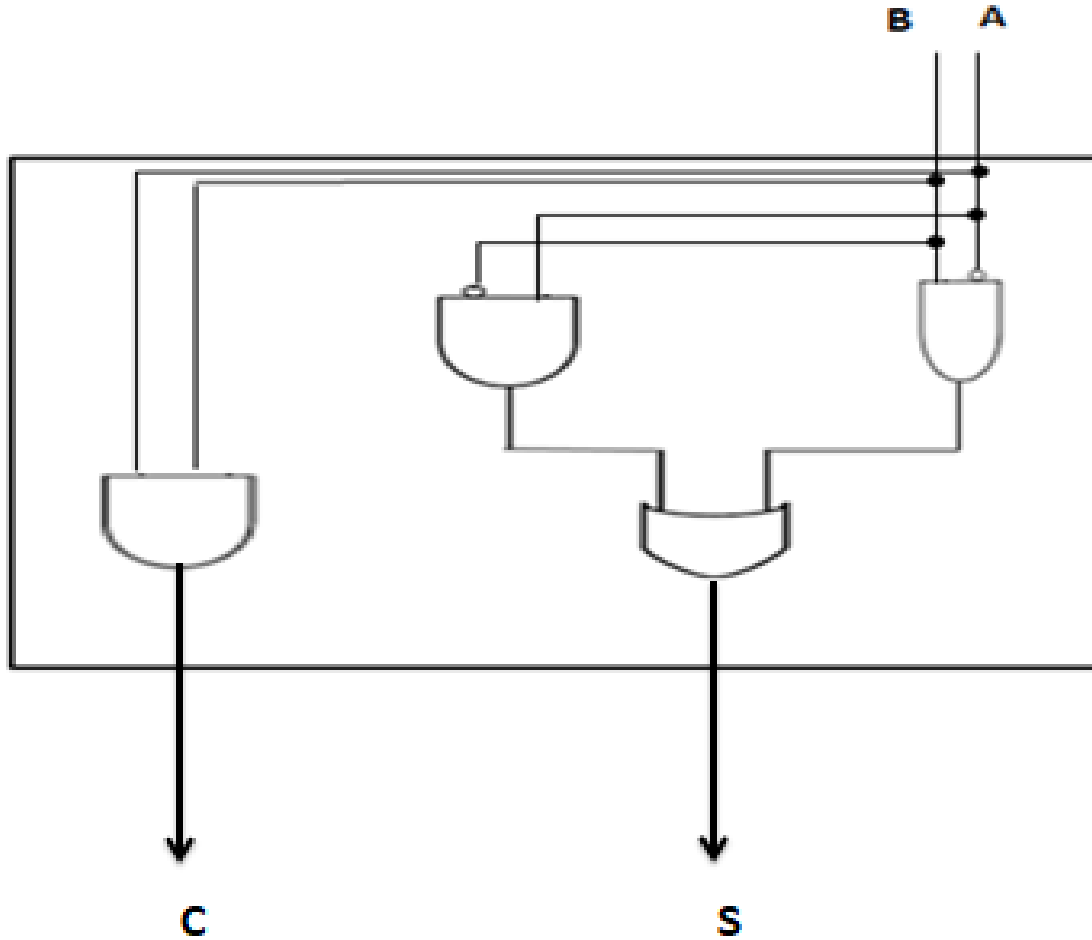


المخرج C : عبارة عن بوابة AND

الدائرة المنطقية للمخرج C



إذا الدائرة المطلوبة :

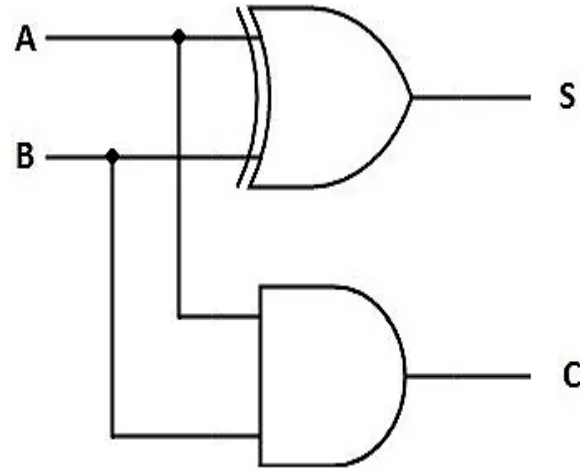


انتهى حل المثال

نلاحظ ان معادلة مخرج S هي نفس معادلة بوابة XOR

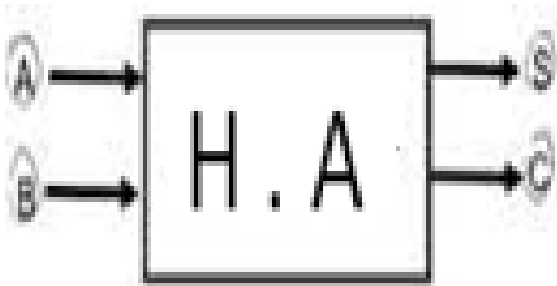
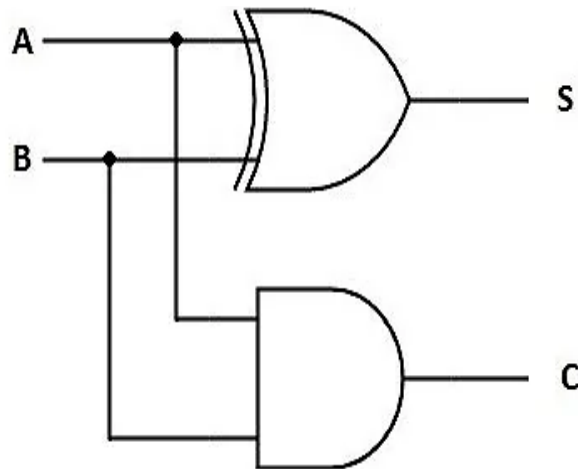
$$S = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B} = A \oplus B$$

يمكن اختصار الدائرة السابقة كالآتي



دائرة نصف جامع HALF ADDER

- وظيفتها تجمع خانة واحدة مع خانة واحدة



انتهت المحاضرة