معمارية الحاسوب

Architecture Computer

ITGS 223

د. رمزي القانوني
أ. ناجية بن سعود

ITGS 223

خريف 2022- 2023

المحاضرة الخامسة :

Arithmetic & Logic Unit

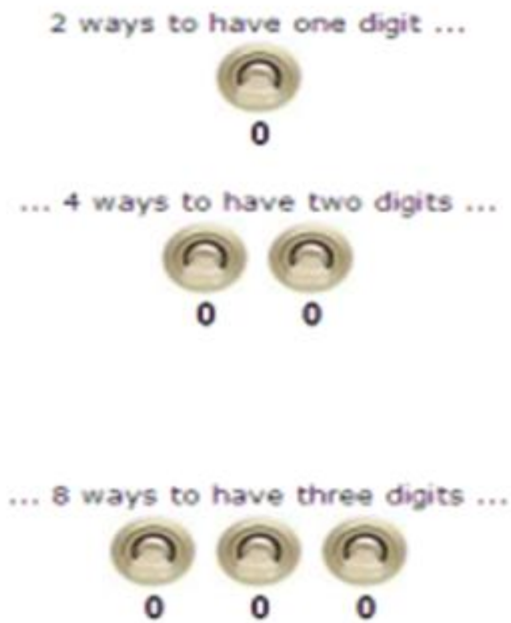
الحساب في الحاسب

Binary Digits

العد الثنائي

أن الاساس المستعمل في النظام الثنائي هو **2** ويتكون هذا النظام من رقمين فقط هما **0** و **1** ويسمي كل منهما رقماً ثنائياً **Binary Digit**

ولتمثيل كل من الرقمين **0،1** فإنه لا يلزم الاخانة واحدة لهذا السبب أصبح من الشائع إطلاق اسم **Bit** على الخانة التي يحتلها الرقم داخل العدد الثنائي.



0
1

0	0	→	00
	1	→	01
1	0	→	10
	1	→	11

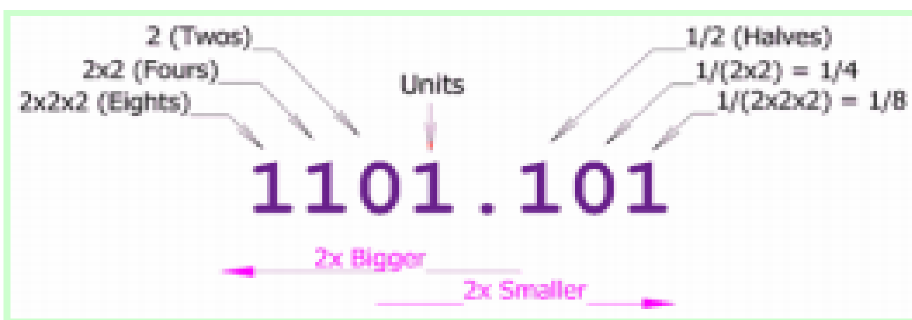
0	0	0	→	000
		1	→	001
	1	0	→	010
		1	→	011
1	0	0	→	100
		1	→	101
	1	0	→	110
		1	→	111

Binary Number Presentation
تمثيل الاعداد الثنائية

الانظمة العددية:

- ❑ النظام العشري.
- ❑ النظام الثنائي.
- ❑ النظام الثماني.
- ❑ النظام السادس عشري.

في النظام الثنائي يتم الحساب...1,2,4,8,16



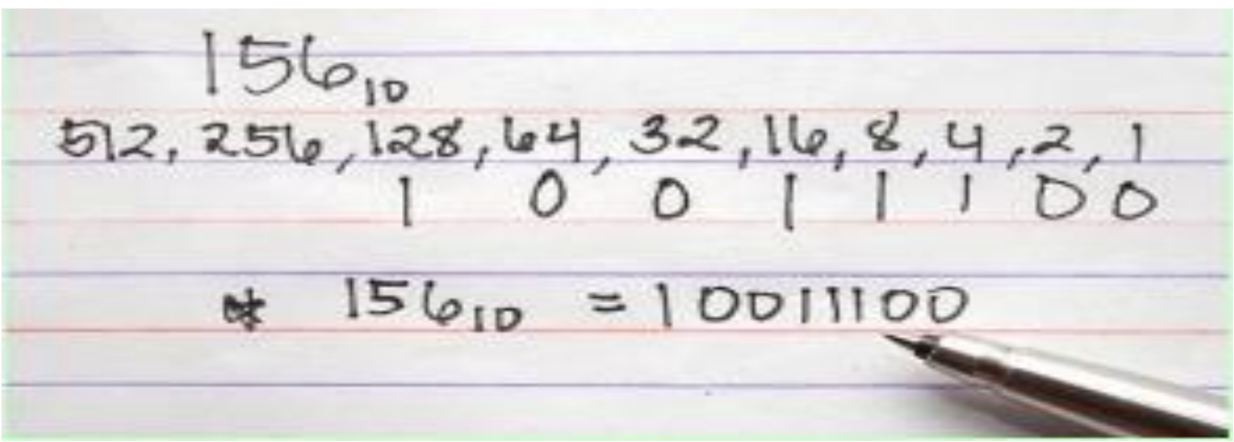
$$1x8+1x4+0x2+1x1+1x(1/2)+0x(1/4)+1x(1/8)$$

=13.625 in Decimal

How to Convert

طرق التحويل

من ثنائي إلي العشري



من العشري إلي الثنائي

Arithmetic & Logic Unit
وحدة الحساب والمنطق

ALU هي ذلك الجزء من الحاسب الذي ينفذ العمليات الحسابية والمنطقية على البيانات.

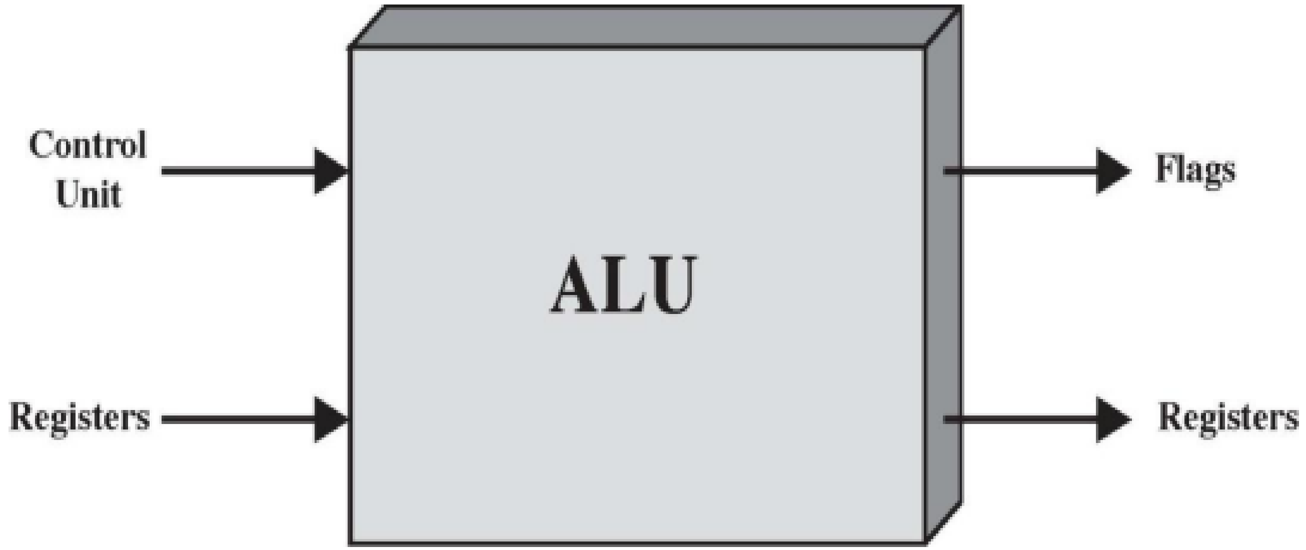
كل العناصر الأخرى المكونة لنظام الحاسب (وحدة التحكم والمسجلات والذاكرة و الإدخال/الاخراج) هي في الأساس لإحضار البيانات إلى وحدة الحساب و المنطق لغرض المعالجة من ثم العودة بالنتائج.

وحدة الحساب والمنطق:-

- تتعامل مع أرقام النقطة العائمة.
- تتعامل مع الاعداد الصحيحة والحقيقة.
- تتعامل مع العمليات المنطقية.

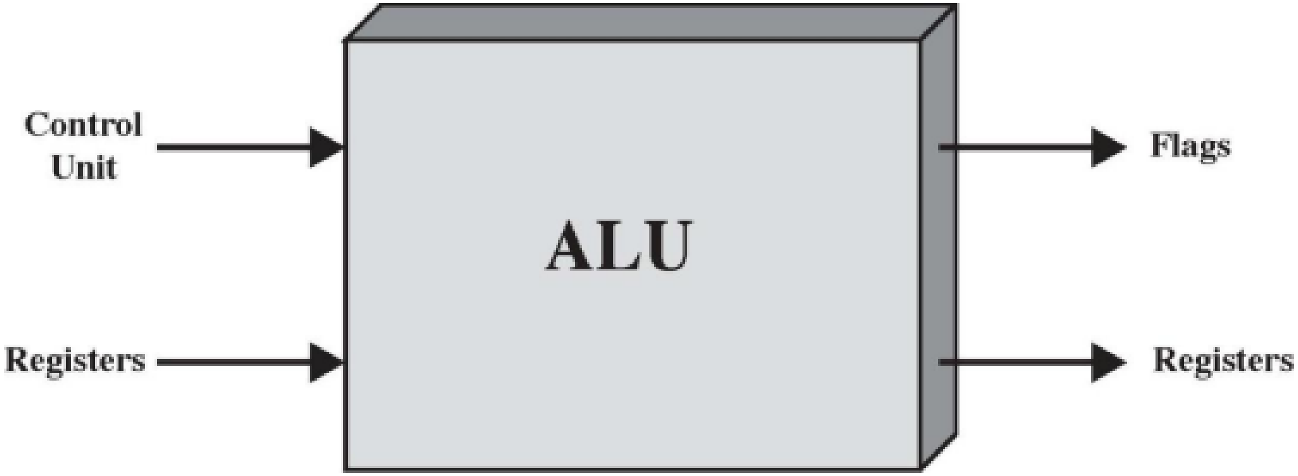
ALU Inputs and Outputs
مدخلات ومخرجات وحدة الحساب والمنطق

- يتم تقديم البيانات إلى وحدة الحساب والمنطق من المسجلات.
- **Register** هي أماكن تخزين مؤقتة داخل المعالج ترتبط بوحدة **ALU** بواسطة مسارات إشارة.



ALU Inputs and Outputs
مدخلات ومخرجات وحدة الحساب والمنطق

- **ALU** قد تضبط اعلام (**Flags**) نتيجة لعملية ما.
- وحدة التحكم تقدم الاشارات التي تتحكم في عمل **ALU** وحركة البيانات من والي **ALU**



Integer Representation
تمثيل الاعداد الصحيحة

- لدينا فقط **0** و **1** لتمثيل كل شيء.
- تمثيل الاعداد الصحيحة الموجبة.

مثل

41 = 00101001

128 =10000000

- لغرض التخزين والمعالجة بالحاسب ليس هناك داعي :

  - علامة السالب (-).
  - الفاصلة (.).

- طرق التمثيل

  - المكمل الثنائي **(Two's compliment)**.
  - إشارة المقدار **(Sign-Magnitude)**.

Sign-Magnitude

اشارة المقدار

- الخانة في اقصي اليسار هي خانة الاشارة

Sign bit							

- اذا كانت 0 تدل على الاشارة الموجبة.
- اذا كانت 1 تدل على الاشارة السالبة.
- يتكون العدد الممثل بهذه الطريقة من جزئيين هما : الاشارة والمقدار

مثل العددين 24+ ، 24-

المقدار	الاشارة
00011000	0
10011000	1

Sign-Magnitude
اشارة المقدار

سلبيات تمثيل الإشارة و المقدار (Sign-Magnitude)

- الجمع والطرح يتطلب مراعاة اشارات الاعداد و كذلك مقاديرها لتنفيذ العملية المطلوبة.
- هناك تمثيلين للصفر:

$$-\ 0_{10} = 10000000$$

$$+\ 0_{10} = 00000000$$

Two's Complement

المكمل الثنائي

للتغلب على عيوب التمثيل السابق وجد تمثيل المكمل الثناني ، حيث يوجد تمثيل واحد للصفر(0) و كذلك يمكن إجراء العمليات الحسابية مباشرة بدون مراعاة لإشارة الرقم.

تمثيل الأرقام الصحيحة يتم بإضافة 1الى العدد ممثلا بالمكمل الاحادي

مثلا:

+3 = 00000011

+2 = 00000010

+1 = 00000001

+0 = 00000000

-1 = 11111111

-2 = 11111110

-3 = 11111101

Benefits

الفوائد

- يوجد تمثيل واحد للصفر(0).
- يمكن إجراء العمليات الحسابية مباشرة بدون مراعاة لإشارة الرقم.
- تمثيل المكمل الثنائى يستخدم الخانة الأقوى كخانة اشارة، مما يسهل اختبار ما إذا كان العدد موجب أو سالب.

فمثلا:

-3 = 00000011

11111100 **المكمل الاحادي**

11111101 **إضافة 1**

Benefits

الفوائد

	Example 1	Example 2
إيجاد المكمل المنطقي لكل خانة من العدد الصحيح بما في ذلك خانة الاشارة ، بمعنى تغيير كل 1 الى 0 و كل 0 الى 1	0101001	0101100
معالجة النتيجة كعدد ثنائي صحيح بدون اشارة ، إضافة 1	1010111	1010100

نطاق الاعداد الصحيحة لعدد طوله 8bits

(Unsigned) $0 \sim (2^8 - 1)$

$0 \sim 255$

(Signed) $-2^7 \sim +(2^7 - 1)$

$-128 \sim 127$

Dr. ramzi elghanimi

2 complement negation: Special Case-1

المكمل الثنائي : الحالة الخاصة الاولي

هناك حالتين يجب اخذهما في الاعتبار، اولا، S= 0 ، في حالة كلمة 8خانات

$$
\begin{array}{lr}
(0)_{10} = & 00000000 \\
(\text{المكمل الاول}) \quad = & 11111111 \\
 & +\qquad\quad 1 \\
\hline
 & 1\,00000000 = (0)_{10} \quad (\text{المكمل الثاني})
\end{array}
$$

يوجد حمل ناتج من الخانة الاقوى و تم تجاهله. والنتيجة هي أن معكوس 0 هو 0 كما ينبغي أن يكون.

يتم تجاهل الفائض (Overflow).

2 complement negation: Special Case-2

المكمل الثنائي : الحالة الخاصة الثانية

وهى أكثر من معضلة ، لو أخذنا معكوس لنمط من الخانات يبدأ 1 يتبعه اصفار بالكامل سوف نحصل على نفس العدد. على سبيل المثال، كلمة من 8 خانات:

$(-128)_{10} = 10000000$

(المكمل الاول) $= 01111111$

$+ \qquad 1$

$10000000 = (-128)_{10}$ (المكمل الثاني)

مثل هذا الشدود لا مفر منه.

Addition

الجمع

- الجمع باستخدام المكمل الثاني.
- الجمع يتم كما لو ان العددان صحيحان بدون اشارة.
- لو كان ناتج العملية موجب سوف نحصل على رقم موجب في شكل صحيح.
- لو كان ناتج العملية سالب سوف نحصل على رقم سالب في شكل المكمل الثنائي .
- في بعض الحالات يوجد حمل ناتج.

في أي عملية جمع فإنه من الممكن أن يكون الناتج أكبر من حجم الكلمة المستخدمة لحمله وهذا ما يسمى **بالفيض**. عندما يحدث فيض ، يجب وحدة الحساب و المنطق أن تؤشر لهذا الأمر.

Addition Example

جمع الأرقام بصيغة المكمل الثاني

1001 = −7 +0101 = 5 1110 = −2 (a) (−7) + (+5)	1100 = −4 +0100 = 4 10000 = 0 (b) (−4) + (+4)
0011 = 3 +0100 = 4 0111 = 7 (c) (+3) + (+4)	1100 = −4 +1111 = −1 11011 = −5 (d) (−4) + (−1)
0101 = 5 +0100 = 4 1001 = Overflow (e) (+5) + (+4)	1001 = −7 +1010 = −6 10011 = Overflow (f) (−7) + (−6)

Subtraction Example

طرح الأرقام بصيغة المكمل الثاني

<u>**قاعدة الطرح :**</u>لطرح عدد واحد (المطروح S) من آخر (الطارح M) ، نأخذ المكمل الثاني للمطروح و نجمعه مع الطارح.

```
  0010 =  2
 +1001 = −7
  1011 = −5

(a) M =  2 = 0010
    S =  7 = 0111
   −S =      1001
```

```
  0101 =  5
 +1110 = −2
 10011 =  3

(b) M =  5 = 0101
    S =  2 = 0010
   −S =      1110
```

```
  1011 = −5
 +1110 = −2
 11001 = −7

(c) M =−5 = 1011
    S = 2 = 0010
   −S =     1110
```

```
  0101 = 5
 +0010 = 2
  0111 = 7

(d) M = 5 = 0101
    S =−2 = 1110
   −S =     0010
```

```
  0111 = 7
 +0111 = 7
  1110 = Overflow

(e) M =  7 = 0111
    S = −7 = 1001
   −S =      0111
```

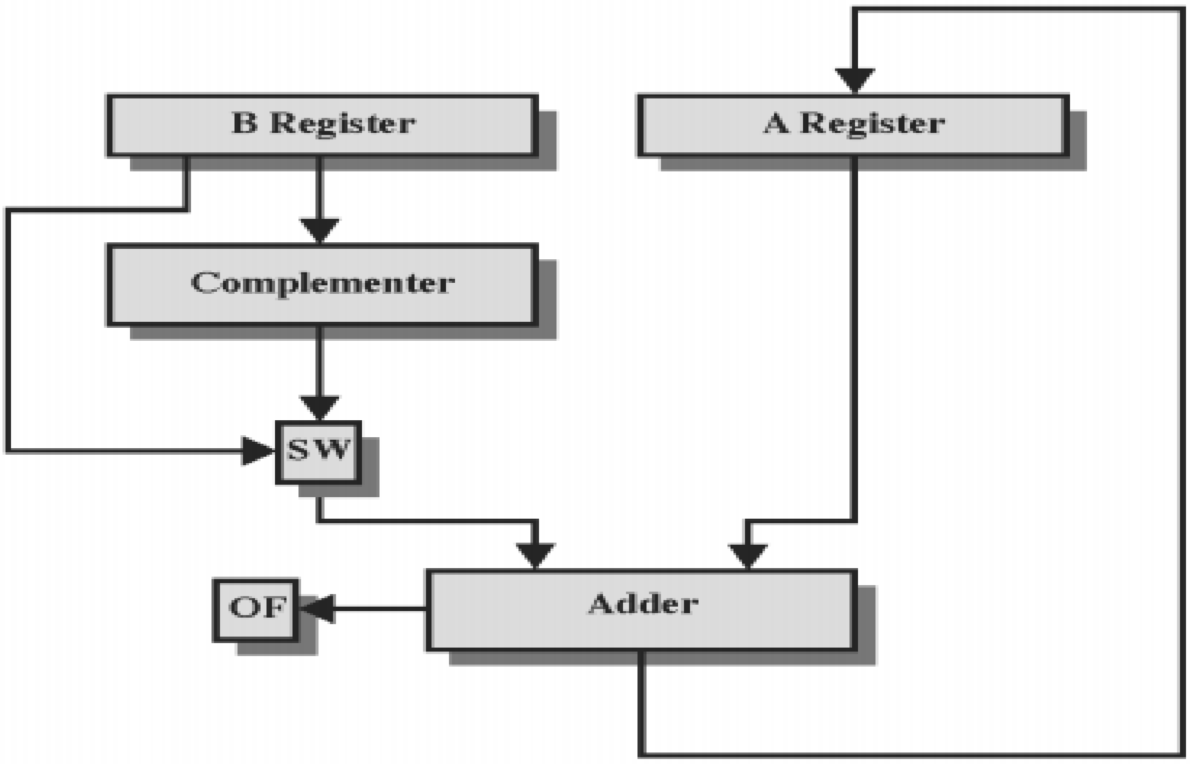
```
  1010 = −6
 +1100 = −4
 10110 = Overflow

(f) M = −6 = 1010
    S =  4 = 0100
   −S =      1100
```

Dr. ramzi elghanuni

Hardware for Addition and Subtraction

مكونات الكيان المادي الخاص بعملية الجمع والطرح



OF = overflow bit
SW = Switch (select addition or subtraction)

Dr. ramzi elghanuni

Multiplication

الضرب

- الضرب عملية معقدة .
- سواء أجريت بالكيان المادي أو برنامج .
- استخدمت مجموعة واسعة من الخوارزميات لهذا الغرض.

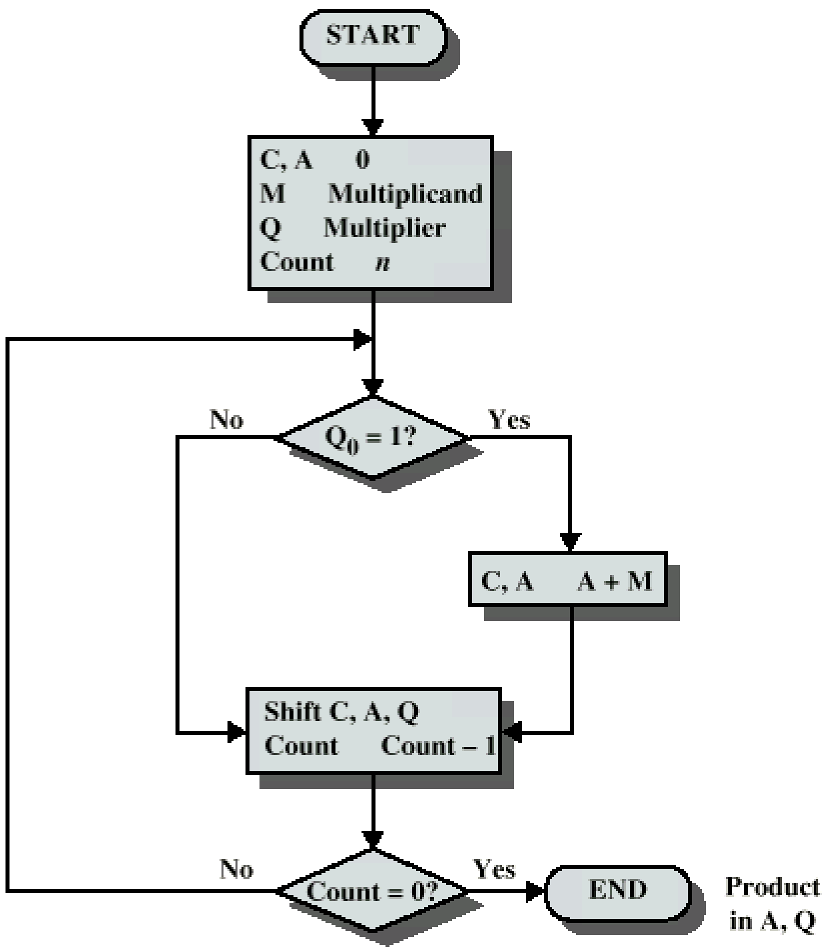
Multiplication Example

ضرب الأرقام الثنائية الصحيحة بدون اشارة

```
       1011       Multiplicand (11)
     × 1101       Multiplier (13)
     ------
       1011    }
      0000     }
     1011      }  Partial products
    1011       }
   --------
   10001111       Product (143)
```

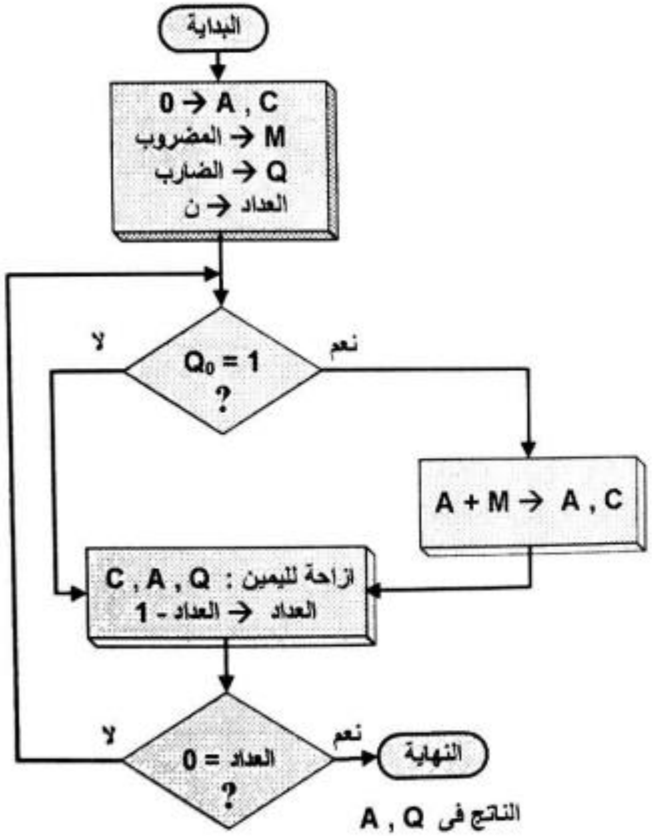
Flowchart for Unsigned Binary Multiplication

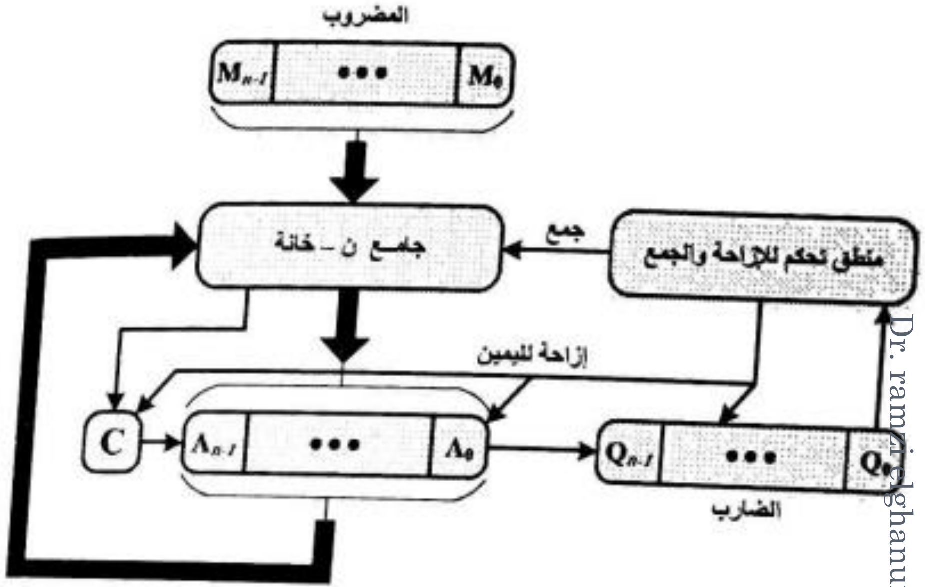
المخطط الانسيابي لضرب الارقام الثنائية الصحيحة بدون اشارة



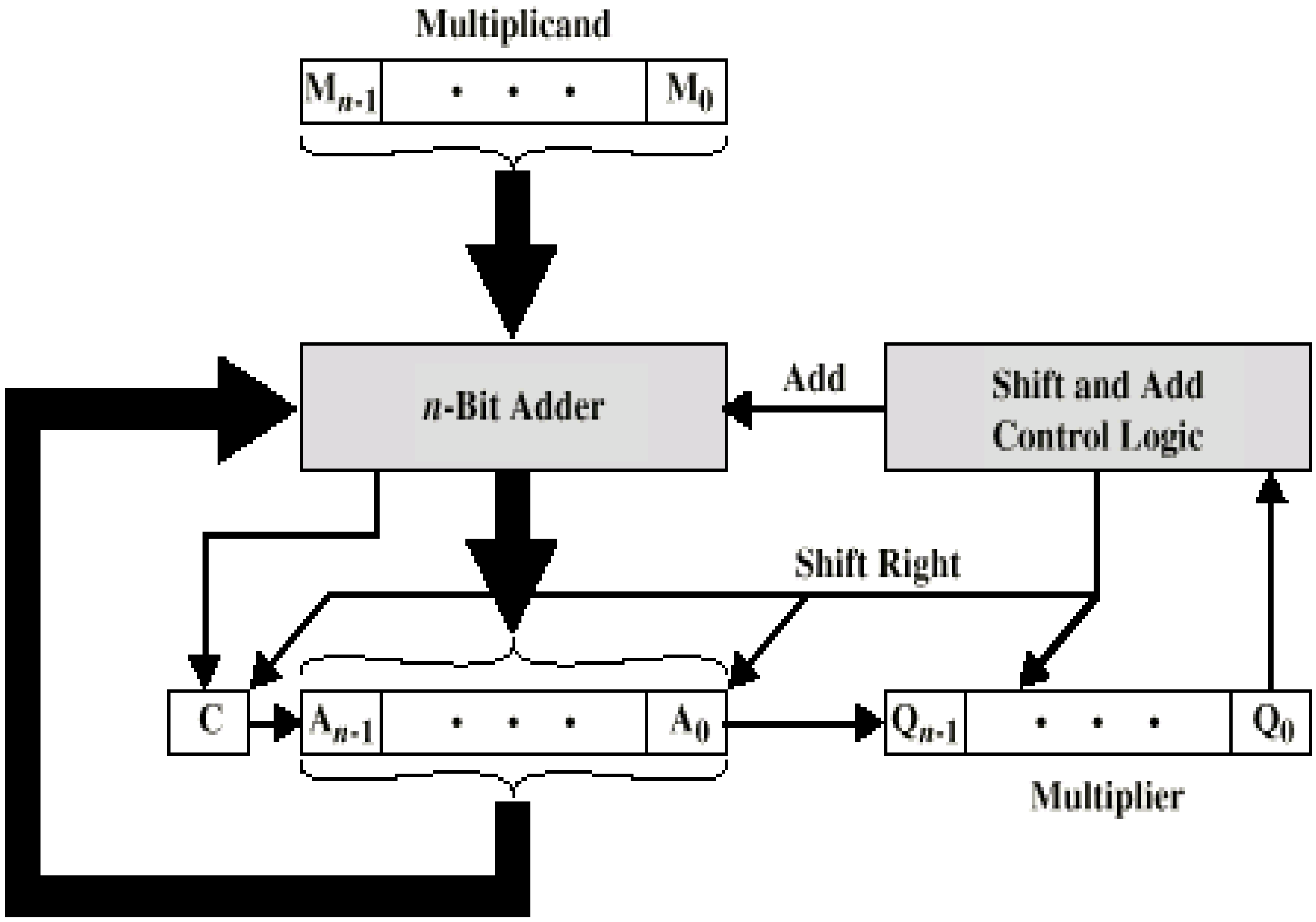
$$\text{Example} = (11)_{10} \times (13)_{10}$$
$$= (1011)_2 \times (1101)_2$$

C	A	Q	M		n
[redacted]					
0	1011	1101	1011	Add	3
0	0101	1110	1011	shift	
[redacted]					
0	1101	1111	1011	Add	1
0	0110	1111	1011	shift	
[redacted]					


البداية
0 → A , C
المضروب → M
الضارب → Q
العداد → ن
$Q_0 = 1$
?
نعم
لا
A + M → A , C
إزاحة لليمين : C , A , Q
العداد → العداد - 1
العداد = 0
?
نعم
لا
النهاية
الناتج فى A , Q


المضروب
M_{n-1}
M_0
جامع ن - خانة
جمع
منطق تحكم للإزاحة والجمع
إزاحة لليمين
C
A_{n-1}
A_0
Q_{n-1}
Q_0
الضارب

Unsigned Binary Multiplication
ضرب الارقام الثنائية الصحيحة بدون اشارة



(a) Block Diagram

Multiplying Negative Numbers
ضرب الارقام السالبة

أن الضرب لن يعمل إذا كان المضروب سالب .هناك عدد من الطرق للخروج من هذه المعضلة :

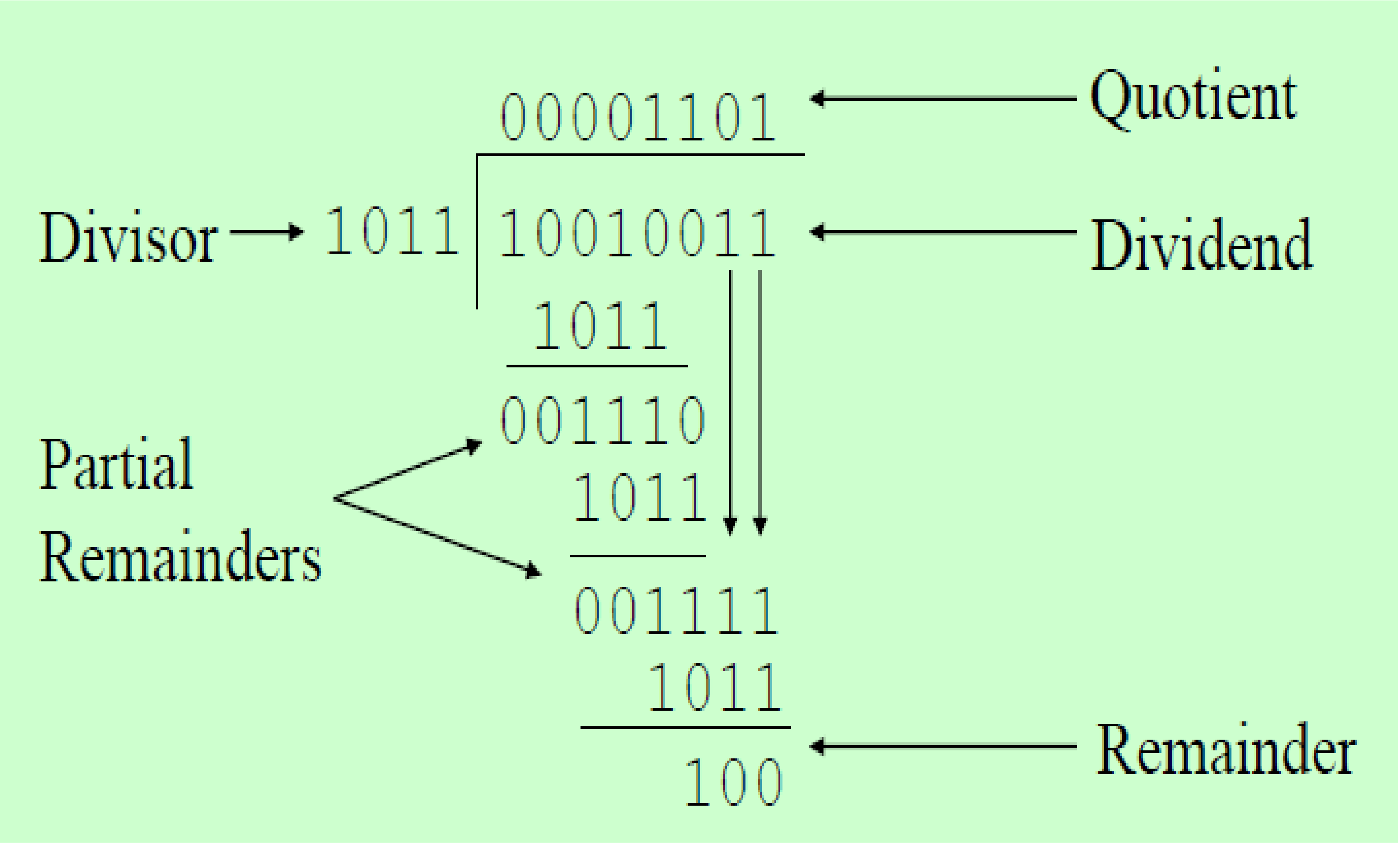
- خوارزمية "بووث" Booth's algorithm.
- هذه الخوارزمية لديها ميزة تسريع عملية الضرب مقارنة بالطريقة التقليدية.

Division
القسمة

- أكثر تعقيدا من الضرب.
- العملية تنطوي على الازاحة المتكررة والجمع أو الطرح.
- الأرقام السالبة صعبة جدا.
- بناء القسمة المطولة.

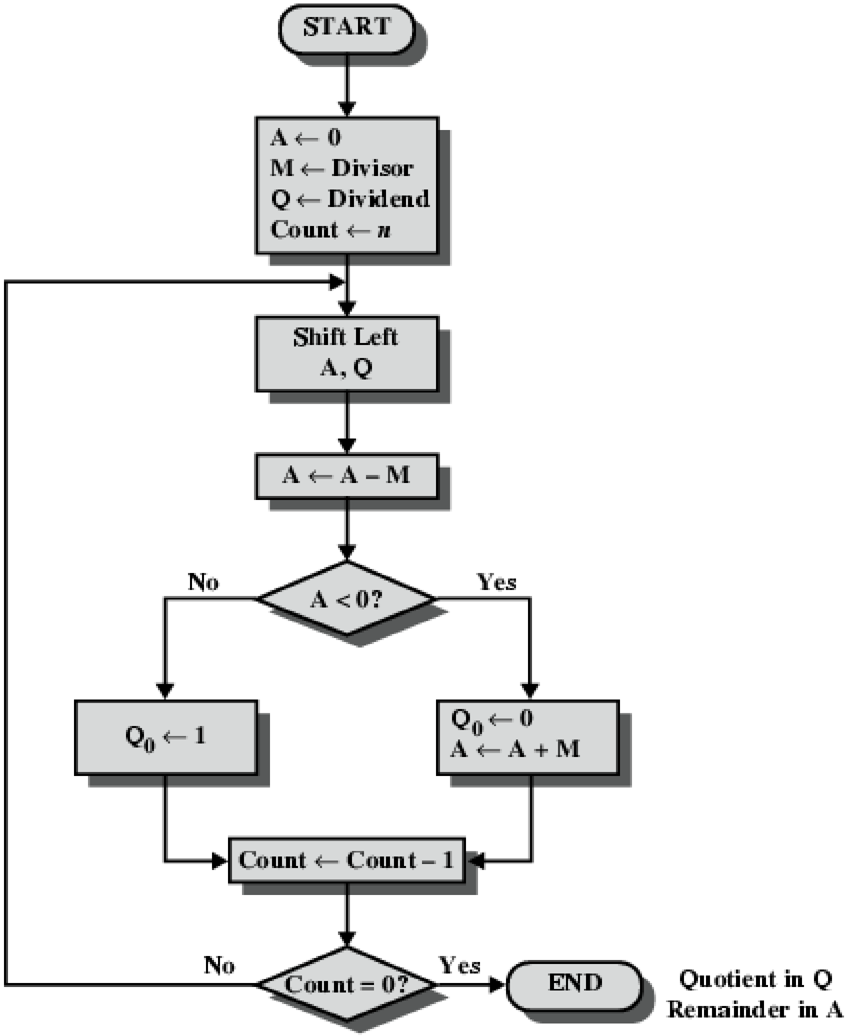
Division of Unsigned Binary Integers

مثال على التقسيم الارقام الثنائية الصحيحة بدون اشارة



Flowchart for Unsigned Binary Division

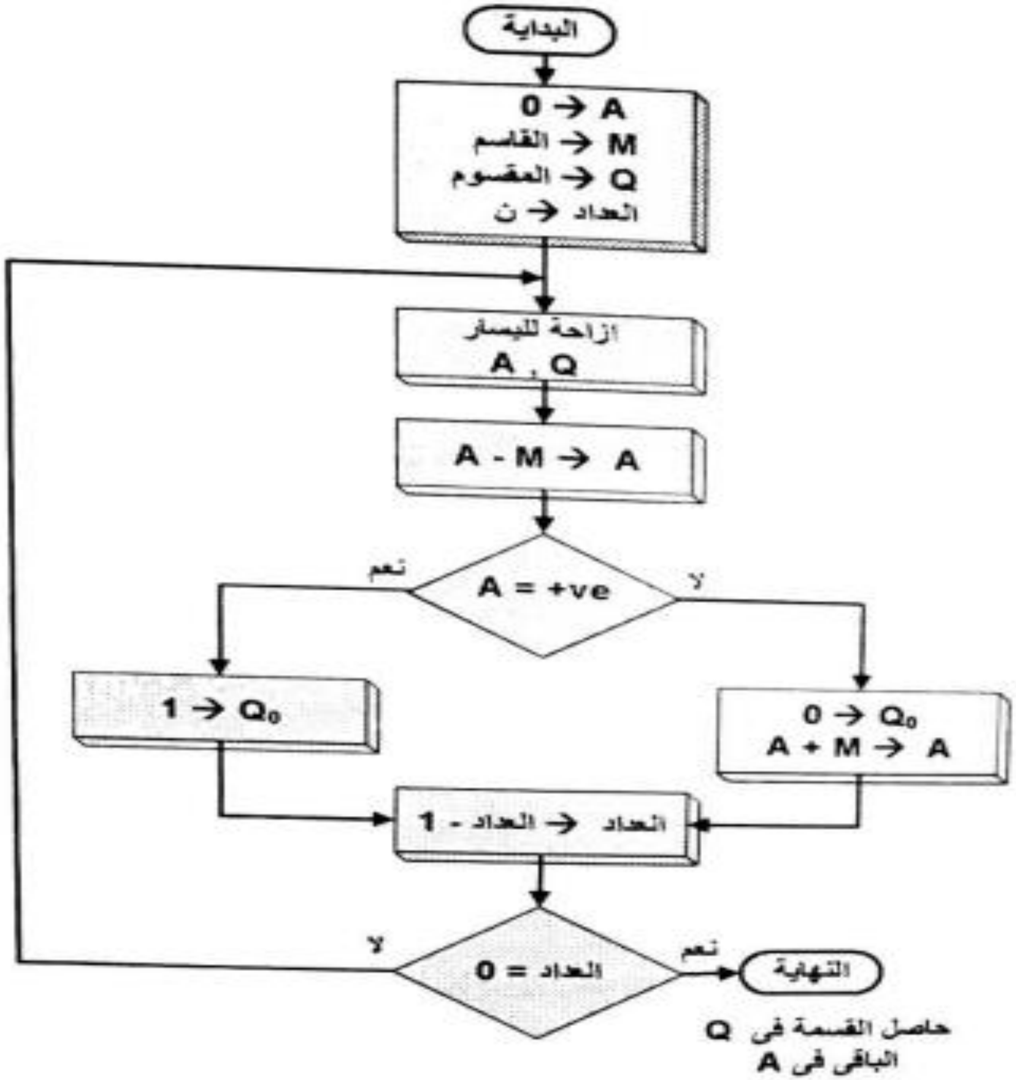
المخطط الانسيابي للتقسيم الارقام الثنائية الصحيحة بدون اشارة



$$\text{Example} = (7)_{10}/(3)_{10}$$
$$= (0111)_2/(0011)_2$$

n	**A**	**Q**	**M=0011**
[redacted]			
3	0000	1110	Shift
	1101		Subtract
	0000	1110	restore
[redacted]			
1	0011	1000	Shift
	0000		Subtract

Dr. ramzi elghanuni



الشكل (4.9) – المخطط الأنسيابى لعملية القسمة للأعداد الثنائية الصحيحة بدون إشارة

Dr. ramzi elghanuni

مثال على القسمة : (تقسيم $((7/3)_{10}$ ، M=0011

A	Q	
0000	0111	القيم المبدئية
0000	1110	إزاحة
1101		للطرح نستخدام المكمل الثانى للعدد 0011
1101		
0000		طرح
	1110	ضع $Q_0 = 0$ ، أعادة قيمة A
0001	1100	إزاحة
1101		
1110		
0001		طرح
	1100	ضع $Q_0 = 0$ ، أعادة قيمة A
0011	1000	إزاحة
1101		
0000		
	1001	ضع $Q_0 = 1$ ، طرح
0001	0010	إزاحة
1101		
1110		
0001		طرح
	0010	ضع $Q_0 = 0$ ، أعادة قيمة A

Dr. ramzi elghanuni

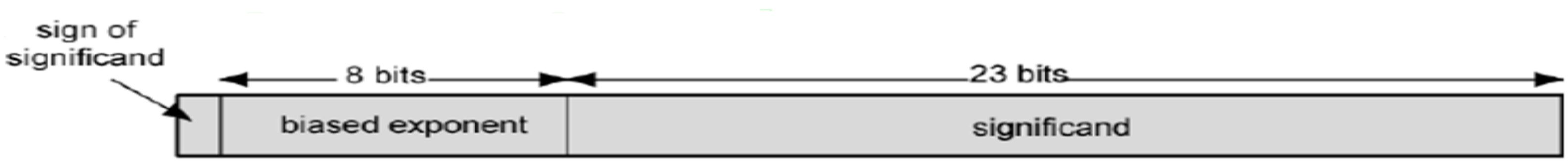
Floating Point
النقطة العائمة

الهدف من النقطة العائمة:

- تصغير حيز التمثيل للأعداد.
- تمثيل أعداد كثير جدا.
- تمثيل أعداد صغيره جدا .
- الدقة في العمليات الحسابية وتقليل الأخطاء التراكمية.
- توفير في الذاكرة.

أي عدد يكتب على شكل خانات الكسر(S= Significand) خانة القوة (E=Exponent) القاعدة (B= Base) ويكتب العدد وفق العلاقة التالية (القاعدة = 2 للرقم الثنائي).

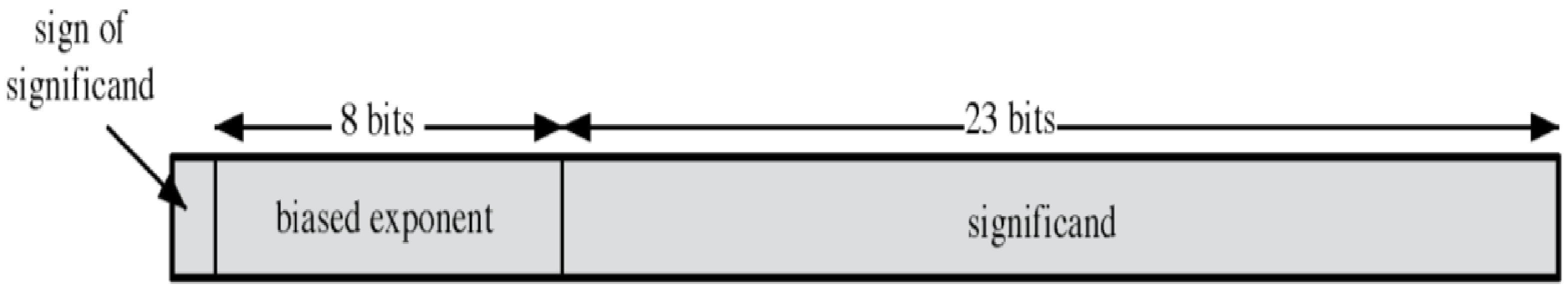
$$\pm S \times B^{\pm E}$$



(a) Format

Floating Point Examples

مثال النقطة العائمة



(a) Format

$$1.1010001 \times 2^{10100} = 0\ 10010011\ 10100010000000000000000 = 1.6328125 \times 2^{20}$$

$$-1.1010001 \times 2^{10100} = 1\ 10010011\ 10100010000000000000000 = -1.6328125 \times 2^{20}$$

$$1.1010001 \times 2^{-10100} = 0\ 01101011\ 10100010000000000000000 = 1.6328125 \times 2^{-20}$$

$$-1.1010001 \times 2^{-10100} = 1\ 01101011\ 10100010000000000000000 = -1.6328125 \times 2^{-20}$$

(b) Examples

تمثيل النقطة العائمة للإعداد بصيغة IEEE-754

من أشهر تمثيلات النقطة العائمة للإعداد هي صيغة IEEE-754 أحادية الدقة [32 خانة]

ويتم تمثيل العدد على شكل الصيغة القياسية التالية :

$$(-1)^{S} \times (1.\text{Fraction}) \times 2^{\text{Exponent-Bias}}$$

أرقام محدودة قد يكون أساسها 2 (ثنائي) أو 10 (عشري). يمكن وصف أي رقم محدود ببساطة من خلال ثلاثة أعداد صحيحة:

حيث S إشارة العدد (صفر أو واحد)

Fraction قيمة الكسر

Exponent-Bias قيمة الاس مضاف إليها 127

Dr. ramzi elghanuni

تمثيل النقطة العائمة للإعداد بصيغة IEEE-754

مثال :

العدد $(-353.625)_{10}$

تحويل العدد إلي النظام الثنائي $(101100001.101)_2$

العدد سالب $(1)_2$

تعديل العدد للصيغة القياسية $(1.01100001101*2^8)$

بعد التعديل $(01100001101)_2$

إيجاد قيمة الاس بالثنائي $8 + 127 = 135 = (10000111)_2$

تمثيل العدد 1100001110110000110100000000000

تمثيل النقطة العائمة للإعداد بصيغة IEEE-754

مثال :

العدد $(0.09375)_{10}$

تحويل العدد إلي النظام الثنائي $(0.00011)_2$

العدد موجب $(0)_2$

تعديل العدد للصيغة القياسية $(1.1*2^{-4})$

بعد التعديل الكسر $(1)_2$

إيجاد قيمة الاس بالثنائي $-4 + 127 = 123 = (01111011)_2$

تمثيل العدد 00111101110000000000000000000000

Dr. ramzi elghanuni