I) حدد نوع كل متغير من المتغيرات العشوائية التالية (متصل أو منفصل).

1. المتغير العشوائي X الذي يرمز إلى الرقم الذي يحمله وجه زهرة النرد الظاهر إلى أعلى في تجربة قذف زهرة نرد مرة واحدة.
2. المتغير العشوائي Y الذي يرمز إلى عمر شخص تم اختياره عشوائياً من بين الأشخاص المترددين على نادي رياضي.
3. المتغير العشوائي Z الذي يرمز إلى عدد سيارات الإسعاف التي يمتلكها مستشفى خاص تم اختياره بشكل عشوائي من بين المستشفيات الخاصة في إحدى الدول.
4. المتغير العشوائي T الذي يرمز إلى معدل طالب تم اختياره بشكل عشوائي من بين الطلبة الخريجين من جامعة طرابلس.
5. المتغير العشوائي W الذي يمثل عدد المرضى الذين سيتم شفاؤهم من مرض معين باستخدام دواء جديد في تجربة يتم فيها تجريب الدواء على عدد 80 مريض.
6. المتغير العشوائي R الذي يرمز إلى ديانة شخص تم اختياره بشكل عشوائي من بين الأشخاص المقيمين في مدينة لندن.
7. المتغير العشوائي G الذي يمثل عدد الحالات التي يستقبلها أحد أقسام الإسعاف الباطني خلال الفترة من الساعة الثانية بعد منتصف الليل إلى الساعة السابعة صباحاً.
8. المتغير العشوائي E الذي يمثل عدد الأطفال لعائلة تم اختيارها بشكل عشوائي من بين العائلات المقيمة في مدينة طرابلس.
9. المتغير العشوائي H الذي يمثل درجة حرارة مريض تم اختياره عشوائياً من بين المرضى في إحدى المستشفيات بافتراض أن درجة الحرارة قد قيست بدقة (بالدرجات المئوية).
10. المتغير العشوائي A الذي يمثل طول قامة طالب تم اختياره بشكل عشوائي من بين طلبة كلية العلوم بجامعة طرابلس بافتراض أن طول القامة قد قيس بدقة (بالسنتمترات)
11. المتغير العشوائي L الذي يمثل الوزن المفقود (بالكيلوجرامات) لشخص بعد إتباعه لبرنامج غذائي معين يهدف إلى تقليل وزنه.

II) بين الخطأ والصواب في كل مما يلي:

1. يعرف المتغير العشوائي بأنه متغير كمي قيمته لا تعتمد على الصدفة.
2. يعرف المتغير العشوائي المتصل (أو المستمر) بأنه متغير عشوائي قيمه الممكنة تكون فئة أعداد منتهية أو تكون فئة أعداد غير منتهية قابلة للعد.
3. يعرف المتغير العشوائي المنفصل (أو المتقطع) بأنه المتغير العشوائي الذي تكون فئة قيمه الممكنة فئة غير منتهية غير قابلة للعد أي تكون داخل فترة ما.
4. ليكن X متغير عشوائي متصل يأخذ القيم التي في الفترة (a,b) فإن احتمال أن يأخذ هذا المتغير قيمة محددة x يساوي 1.
5. يعرف توزيع الاحتمال للمتغير العشوائي المتصل X بواسطة جدول يحتوي على قيم المتغير العشوائي X والاحتمالات المقابلة لكل قيمة.
6. يعرف توزيع الاحتمال للمتغير العشوائي المتصل بواسطة دالة متصلة غير سالبة f تسمى بدالة كثافة الاحتمال.
7. تمثل دالة كثافة الاحتمال بيانياً بشكل منحنى تكون مساحة المنطقة الواقعة أسفله وفوق المحور الأفقي (السيني) تساوي صفر.
8. ليكن Y متغير عشوائي له دالة كتلة الاحتمال التالية: $h(y)=\dfrac{y}{10};\quad y=1,\ 2,\ 3,\ 4$ فإن $P(Y=5)=h(5)=\dfrac{5}{10}$
9. ليكن X متغيرا عشوائيا له دالة كتلة الاحتمال المعطاة بالجدول التالي:

x	-1	0	1	2
$f(x)=P(X=x)$	ω	0.3	0.2	0.1

فإن $\omega=-0.4$

10. ليكن X متغير عشوائي فإذا علمت أن $\mu_X=E[X]=6$ فإن $E[3X-4]=18$.
11. ليكن Z متغير عشوائي متصل فإذا علمت أن $\mu_Z=E[Z]=0.5$ ، $E[Z^2]=0.6$ فإن $E[Z(Z-1)]=0.1$
12. ليكن Y متغير عشوائي منفصل فإذا علمت أن $E[Y-1]=5$ فإن $E[Y]=5$.
13. ليكن X متغير عشوائي فإذا علمت أن $E[2X-4]=0$ ، $E[X^2]=6$ ، فإن $\sigma^2_{5X}=V(5X)=10$.

1- بين ما إذا كان كل جدول من الجداول التالية يمثل توزيع احتمال للمتغير العشوائي المنفصل X أم لا؟ ولماذا؟

(a)

x	$f(x)$
2	0.2
8	0.6
13	0.1
15	0.1

(b)

x	$f(x)$
1	0.4
3	0.5
9	0.3
10	0.2

(c)

x	$f(x)$
-2	0.25
0	0.50
2	0.25
4	0.00

(d)

x	$f(x)$
0	0.3
1	-0.1
2	0.8

2- لكل حالة من الحالات التالية اكتب جدول يبين قيم $f(x)$ المناظرة لكل قيمة x ثم بين ما إذا كان الجدول يمثل توزيع احتمال للمتغير العشوائي المنفصل X أم لا؟ ولماذا؟

(a) $f(x)=(x-2)/10;\ x=3,4,5,6$ (b) $f(x)=\dfrac{x-2}{2};\ x=1,2,3,4$

(c) $f(x)=\dfrac{(2x+4)}{20};\ x=-2,-1,0,1,2$ (d) $f(x)=\dfrac{3}{2^x};\ x=2,3,4,5$

3- إذا كان توزيع التكرار لعدد أيام الإجازات المرضية لعدد 2000 موظف من العاملين بأحد الشركات الصناعية الكبيرة خلال عام واحد كما هو مبين في الجدول التالي:

عدد أيام الإجازة المرضية	0	1	2	3	4	5	6	7
عدد الموظفين	200	400	400	300	200	100	100	300

فإذا كان X ترمز إلى عدد أيام الإجازات المرضية التي أخذها موظف خلال العام الماضي تم اختياره بشكل عشوائي من بين العاملين بالشركة، فأكتب توزيع الاحتمال لـ X. ثم أوجد احتمال اختيار موظف عشوائياً يكون قد أخذ

i) 3 أيام فقط كإجازة مرضية خلال العام الماضي.

ii) على الأكثر 3 أيام كإجازة مرضية خلال العام الماضي.

iii) على الأقل يوم واحد كإجازة مرضية خلال العام الماضي.

4- ليكن المتغير العشوائي المنفصل X له دالة كتلة الاحتمال التالية: $f(x)=P(X=x)=C_x^3\left(\dfrac{1}{4}\right)^x\left(\dfrac{3}{4}\right)^{3-x};x=0,1,2,3$

فأكتب جدول توزيع الاحتمال للمتغير العشوائي X ومنه أوجد:

(i) $P(X=2)$ (ii) $P(X>1)$ (iii) $P(1\le X\le 3)$ (iv) $E(X)$ (v) $E(X^2)$ (vi) $V(X)$

(vii) $E[3X^2-2X+5]$ (viii) $V(3X-1)$

5- إذا كان المتغير العشوائي X يمثل عدد أجهزة الحاسب الآلي الموجودة بكل منزل داخل إحدى المدن وكان توزيع الاحتمال للمتغير العشوائي X كما في الجدول التالي:

x	0	1	2
$f(x)$	0.25	c	0.05

المطلوب: أ- إيجاد قيمة الثابت c. ب- $P(X=1)$ جـ- $P(X\le 1)$ د- $P(X=3)$

هـ- إيجاد قيمة الوسط الحسابي والانحراف المعياري لعدد أجهزة الحاسب الآلي الموجودة بكل منزل داخل المدينة.

6- ليكن X متغير عشوائي له توزيع الاحتمال المبين بالجدول التالي:

x	-1	2	5	7
$P(X=x)$	$0.4k$	$0.3k$	$0.2k$	$0.1k$

المطلوب أ- إيجاد قيمة الثابت k. ب- حساب تباين X جـ- إيجاد $E\left[\dfrac{1}{X}\right]$ د- $\dfrac{1}{E[X]}$ هـ- حساب $P(-3\le X\le 5)$

1- ليكن X متغير عشوائي له دالة كتلة الاحتمال التالية:

$$P(X=x)=3/4\,(1/4)^x;\quad x=0,1,2,\cdots$$

فأوجد: $P(X=2)$ ، $P(X\le 2)$ ، $P(X>2)$ ، $P(X<0)$ ، $P(1\le X\le 2)$ $P(X\ge 1)$ ، و $P((X\ge 1)\ and\ (X<3))$.

2- ليكن Y متغير عشوائي له دالة كتلة الاحتمال التالية:

$$P(Y=y)=8/7\,(1/2)^y;\quad y=1,2,3$$

فأوجد: $P(Y>1)$ ، $P(2<Y<6)$ ، و $P((Y\le 1)\ or\ (Y>1))$. كذلك أوجد $E[(Y-1)^2]$.

3- ليكن X متغيرعشوائي له دالة كتلة الاحتمال المعطاة بالجدول التالي:

x	1	2	3	4
$f(x)=P(X=x)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$

أ- مثل توزيع الاحتمال للمتغير العشوائي X بيانياً باستخدام شكل مدرج الاحتمال.

ب- أوجد دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي X ثم مثلها بيانياً

4- أوجد قيمة العدد الثابت λ الذي يجعل من الجدول التالي جدول توزيع احتمال للمتغير العشوائي المنفصل Y.

y	-1	0	1	2
$P(Y=y)$	λ	3λ	0.2	0.4

5- ليكن X متغير عشوائي منفصل له دالة التوزيع التراكمي التالية:

$$F(x)=P(X\le x)=\begin{cases}0 & if \quad x<1\\ 0.7 & if \quad 1\le x<4\\ 0.9 & if \quad 4\le x<7\\ 1 & if \quad 7\le x\end{cases}$$

أ- أوجد: $P(X\le 3)$ ، $P(X\le 5.5)$ ، $P(X\le 10)$ ، $P(X>4)$ ، و $P(1\le X\le 7)$.

ب- أوجد دالة كتلة الاحتمال للمتغير العشوائي X .

6- إذا كان X متغير عشوائي له توزيع الاحتمال المبين بالجدول التالي:

x	-1	0	1	2
$P(X=x)$	$0.4k$	$0.3k$	$0.2k$	0.1

فأوجد قيمة كل من: العدد الثابت k ، $P(X<-1)$ ، $P(X>2)$ ، $P(X\ge 2)$.

7- إذا كان Y متغير عشوائي له دالة كتلة الاحتمال التالية: $h(y)=\dfrac{y}{10};\quad y=1,\,2,\,3,\,4$

أ- أوجد $E[X]$ حيث $X=20-10Y$.

ب- أوجد $V[Z]$ حيث $Z=(Y-2)^2$.

1- ليكن X متغير عشوائي متصل له دالة كثافة الاحتمال التالية:

$$f(x)=\begin{cases}3(8x-x^2)/256 & if\ \ 0<x<8\\ 0 & otherwise\end{cases}$$

أ- أوجد: $P(X<2)$ ، $P(X>9)$ ، $P(2<X<4)$ ، $P(6<X)$ و $P(X=4)$.

ب- أوجد: $E[X]$ ، $E[X^2]$ ، $V[X]$ ، σ_X و $E[X(X-1)]$.

2- ليكن X متغير عشوائي له دالة كثافة الاحتمال التالية:

$$f(x)=\begin{cases}x/8 & if\ \ 3<x<5\\ 0 & otherwise\end{cases}$$

أوجد: $P((X<3.5)\ or\ (X>4.5))$ ، $P((X<3.5)\ and\ (X<4.5))$ ، $E[X-3]$ و $E[1/X]$.

3- ليكن المتغير العشوائي المتصل X الذي له دالة كثافة الاحتمال التالية:

$$f(x)=\begin{cases}2/x^3; & 1<x<\infty\\ 0; & otherwise\end{cases}$$

أوجد دالة التوزيع التراكمي لـ X ، $F(x)$. كذلك أوجد قيمة $F(2)$ و $F(0)$.

4- إذا كانت دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي المتصل X معطاة كالتالي:

$$F(x)=\begin{cases}0; & x<0\\ \dfrac{x+1}{2}; & 0\le x<1\\ 1; & 1\le x\end{cases}$$

فأوجد $P(-3<X<1/2)$ ، كذلك أوجد دالة كثافة الاحتمال للمتغير العشوائي X .

5- إذا كان X متغير عشوائي له دالة كثافة الاحتمال التالية:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{x^3}; & 1<x<\infty\\ 0; & otherwise\end{cases}$$

أوجد $P(X=1.5)$ ، $P(X\ge 3)$ و $P(2<X<5)$

6- إذا كانت مدة الزمن اللازم لكي يكمل طالب امتحان مدته ساعة واحدة هي متغير عشوائي X بدالة كثافة احتمال معطاة كالتالي:

$$f(x)=3x^2 \quad , 0<x<1$$

أ- أوجد . $P(X\le 0.75)$ ، $P(0.75\le X\le 0.90)$.

ب- أوجد احتمال أن طالب سينهي الامتحان في مدة أكثر من نصف ساعة.

ج- ما هي القيمة المتوقعة لمدة الزمن اللازمة لكي يكمل طالب الامتحان؟

1- دالة كثافة الاحتمال لمدة عمل وحدة الكترونية معينة، موجودة في آلة نسخ، قبل أن تعطل (بالساعات) هي:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{1000}e^{-x/1000} & if\ x>0\\ 0 & otherwise\end{cases}$$

أوجد احتمال أن هذه الوحدة

أ- تعمل أكثر من 3000 ساعة قبل أن تعطل.

ب- تعمل فترة من الزمن لا تقل عن 1000 ساعة ولا تزيد عن 2000 ساعة قبل أن تعطل.

ج- تعطل قبل 1000 ساعة.

2- ليكن Y متغير عشوائي له دالة كثافة الاحتمال التالية:

$$f(y)=\begin{cases}\frac{1}{4}e^{-y/4}, & y\geq 0\\ 0, & otherwise\end{cases}$$

أ- أوجد دالة التوزيع التراكمي لـ Y.

ب- بين أن $P(Y<1)=0.221$

ج- أوجد $E[Y]$ و $V(Y)$.

3- أوجد متوسط وتباين كل توزيع من التوزيعات التالية:

a) $$p(x)=\begin{cases}\frac{3!}{x!(3-x)!}\left(\frac{1}{2}\right)^3, & x=0,1,2,3\\ 0, & otherwise\end{cases}$$

b) $$f(x)=\begin{cases}6x(1-x), & 0<x<1\\ 0, & otherwise\end{cases}$$

c) $$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2a}, & -a<x<a\\ 0, & otherwise\end{cases}$$

d) $$f(x)=\begin{cases}0.25, & 0<x<4\\ 0, & otherwise\end{cases}$$

4- إذا كانت دالة كثافة الاحتمال لطول كابلات الكمبيوتر الشخصي (بالمليميتر) هي:

$$f(x)=\begin{cases}0.1 & if\ 1200\leq x\leq 1210\\ 0 & otherwise\end{cases}$$

أوجد المتوسط والانحراف المعياري لطول الكابل.

1- بين الخطأ والصواب في كل مما يلي:

ا- إذا كان X متغير عشوائي منفصل فإن $P(X=2)>1$.

ب- كمثال عن توزيع الاحتمال للمتغير العشوائي المتصل هو توزيع ذي الحدين.

ج- إذا كان X متغير عشوائي يتبع توزيع ذي الحدين بمعالم n، p، فإن الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X هو $\sigma_X = np(1-p)$.

د- إذا كان احتمال أن يحدث رد فعل سيئ للشخص الذي يحقن بمصل ما هو 0.001 . فإذا تم حقن عينة حجمها 2000 شخص بهذا المصل فإن العدد المتوقع للأشخاص الذين تحدث لديهم ردود فعل سيئة يساوي 1.

2- في امتحان مكون من 10 أسئلة لكل سؤال 7 إجابات واحدة فقط من السبع إجابات صحيحة. إذا قام أحد الطلبة بالإجابة على الأسئلة بطريقة عشوائية، ما هو احتمال أن تكون إجابة هذا الطالب على 3 أسئلة صحيحة؟ ما هو العدد المتوقع للأسئلة التي تكون إجاباتها صحيحة؟

3- إذا كانت نسبة المصابين بمرض السكري في أحد المجتمعات الإنسانية هي 20% . أخذت عينة عشوائية من هذا المجتمع حجمها 5 أشخاص.

أ- ما هو العدد المتوقع لعدد المصابين في العينة.

ب- أحسب احتمال أن يكون جميع الأشخاص في العينة غير مصابين بمرض السكر.

4- إذا كانت نسبة المعيب في أحد العمليات الإنتاجية لقطعة غيار سيارة معينة هي 5% ، فإذا تم اختيار عينة عشوائية حجمها 25 وحدة من هذه العملية الإنتاجية. فإذا كان المتغير العشوائي X يمثل عدد الوحدات المعيبة في العينة فما هو العدد المتوقع والانحراف المعياري للوحدات المعيبة في العينة.

p

5- إذا علمت أن احتمال نجاح عملية تغيير صمام القلب في مستشفى للقلب هو 0.9 ، فإذا أجريت 7 عمليات جراحية من هذا النوع في نفس المستشفى فما هو احتمال نجاح خمس عمليات فقط؟ وما هو احتمال نجاح عملية واحدة على الأقل؟ $q = 1 - p \to 0.1$

6- إذا كانت نسبة الوحدات المعيبة من إنتاج إحدى الآلات هي 15%، أخذت عينة عشوائية حجمها 5 وحدات من إنتاج هذه الآلة، ما احتمال أن يوجد بهذه العينة وحدة معيبة واحدة على الأقل.

$q = 1 - 0.6$ p

7- إذا علمت بأن احتمال نجاح شخص في امتحان لقيادة السيارات في دولة معينة هو 0.6. فإذا اختير عشوائيا ثلاثة أشخاص من المتقدمين لإجراء امتحان لقيادة السيارات في هذه الدولة فما هو احتمال نجاح شخص واحد فقط من بينهم في الامتحان ؟

8- أظهرت إحدى الدراسات أن 25% من طلاب إحدى الجامعات يدخنون. فإذا سحبت عينة عشوائية من طلبة هذه الجامعة حجمها 10 طلاب. أوجد احتمال أن يكون:

(i) 4 منهم يدخنون.　　(ii) على الأكثر طالب واحد يدخن.

(iii) على الأقل طالب واحد يدخن.　　(iv) 4 منهم لا يدخنون.

9- إذا كانت دالة كتلة الاحتمال للمتغير العشوائي المنفصل X معطاة كالتالي:

$$f(x) = P(X=x) = \frac{300!}{x!\,(300-x)!}\left(\frac{1}{4}\right)^{x}\left(\frac{3}{4}\right)^{300-x} \quad ; x = 0, 1, 2, 3, \ldots, 300$$

أوجد $E[(X-1)^2]$.

⑤ $\sim Bin(n=7, p=0.9) \to f(x) = \begin{cases} C^7_x (0.9)^x (0.1)^{7-x} & x=1 \\ 0 & \text{o.w} \end{cases}$

$P(X=5) = C^7_5 (0.9)^5 \times (0.1)^{7-5} = 0.124$

6

② $P(X \geq 1) = 1 - P(X<1)$

$= 1 - [P(X=0)] = 0.99$

1- بين الخطأ والصواب في كل مما يلي:

أ. إذا كان معدل عدد الحوادث السيارات التي تقع عند أحد التقاطعات يتبع توزيع بواسون بمعدل 3 حوادث أسبوعيا فإن العدد المتوقع للحوادث خلال أسبوعين قادمين يساوي 3 حوادث.

ب. ليكن X متغير عشوائي له دالة الاحتمال التالية: $P(X=x)=\dfrac{e^{-5}(5)^{x}}{x!};\ x=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \ldots$

فإن قيمة الانحراف المعياري لـ X تساوي 3.

ج. كمثال عن توزيع الاحتمال للمتغير العشوائي المتصل توزيع بواسون.

2- ليكن X متغير عشوائي له دالة الاحتمال التالية: $P(X=x)=\dfrac{e^{-3}(3)^{x}}{x!};\ x=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \ldots$ أوجد:

أ- $P(X=0)$ ب- $P(X=3)$ ج- $P(X\geq 3)$ د- $P(0\leq X<3)$ هـ- $P(X\geq 1)$ و- $E[3X]$

3- ليكن Y متغير عشوائي يتبع توزيع بواسون بحيث كان $E(Y^{2})=2$، اوجد قيمة $E(Y)$ و كذلك أوجد $P(Y\geq 1)$.

4- إذا كان عدد المكالمات التي تستقبلها بدالة إحدى الشركات التجارية خلال الفترة المسائية من الساعة 8 إلى الساعة التاسعة متغير عشوائي يتبع توزيع بواسون بمعدل 5 مكالمات في الساعة.

أ- ما احتمال استقبال البدالة لـ 5 مكالمات فقط خلال الفترة من الساعة 8 إلى الساعة التاسعة من مساء أحد الأيام.

ب- ما احتمال استقبال البدالة لمكالمة واحدة على الأقل خلال الفترة من الساعة 8 إلى الساعة التاسعة من مساء أحد الأيام.

5- تحدث هزات أرضية في منطقة معينة بمعدل هزتين أسبوعيا، على افتراض أنه في أي فترة زمنية، عدد الهزات الأرضية في هذه المنطقة يتبع توزيع بواسون. أحسب احتمال أن تحدث على الأقل هزتين أرضيتين خلال أسبوعين.

$\lambda=2$

6- على افتراض أن البكتريا من نوع معين تتواجد في الماء بمعدل 2 بكتريا في كل 1 سم ^{3} وأن عدد البكتريا يتبع توزيع بواسون.

أ- أوجد احتمال أنه في عينة عشوائية من 1 سم ^{3} من الماء:

(i) لا يوجد بكتريا. (ii) يوجد 3 بكتريا على الأقل.

ب- أوجد احتمال أنه في عينة عشوائية من 2 سم ^{3} من الماء:

(i) لا يوجد بكتريا. (ii) يوجد بكتريا واحدة على الأقل.

7- إذا علمت أن الجسيمات تنبعث من مصدر مشع بمعدل 0.5 جسيما في الثانية وأن عدد هذه الجسيمات يتبع توزيع بواسون فأحسب احتمال أنبعاث 3 جسيمات أو أكثر في فترة زمنية طولها 6 ثواني.

8- يدخل الزبائن إلى أحد المصارف بمعدل 30 شخصا في الساعة. فإذا كان توزيع عدد الزبائن هو توزيع بواسون فأوجد أنه في فترة زمنية قدرها دقيقتان (i) لا يدخل أحد. (ii) يدخل شخصان على الأقل.

(iii) يدخل شخصان على الأكثر. (iv) يدخل شخص أو شخصان أو ثلاثة أشخاص.

9- ليكن X متغير عشوائي منفصل له دالة كتلة الاحتمال التالية:

$$f(x)=P(X=x)=\frac{e^{-\lambda}(\lambda)^{x}}{x!},\ x=\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ldots$$

أوجد قيمة λ بحيث يكون $P(X=0)=0.13534$.

10- ليكن X متغير عشوائي له توزيع بواسون بمعدل λ بحيث كان $P(X=1)=2P(X=0)$ فأوجد $P(X\geq 1)$.

1- ليكن X متغير عشوائي منفصل له دالة كتلة الإحتمال التالية:

$$p(x)=\frac{e^{-\mu}(\mu)^{x}}{x!}, x=0,1,2,3,....$$
$$,\mu>0$$

أ- أوجد قيمة μ بحيث يكون $p(0)=0.049787068$ ب- أوجد قيمة $E[X(X-1)]$.
ج- إذا كان $Y=3X+2$ فأوجد $V(Y)$

2- إذا كان عدد حوادث السيارات الواقعة على أحد الطرق السريعة له توزيع بواسون بمتوسط 1.5 حادث يومياً. ما احتمال وقوع 4 حوادث فقط على هذا الطريق خلال اليومين القادمين.

3- إذا كان عدد سيارات الإسعاف التي تصل إلى أحد مستشفيات الحروق يتبع توزيع بواسون بمعدل سيارتان باليوم. ما احتمال أن يصل إلى هذا المستشفى في يوم ما 3 سيارات إسعاف .

4- إذا كان عدد الأفراد الذين يصابوا بالتلوث فى مستشفى في فترة يوم واحد متغير عشوائي يتبع توزيع بواسون بمتوسط 1.5. اوجد احتمال اصابة 5 افراد أو اكثر فى فترة يومين قادمين.

لاحظ أن $P(X=x)=C_{x}^{n}p^{x}(1-p)^{n-x}\approx\frac{e^{-(np)}(np)^{x}}{x!}$ عندما $n\geq 100$ و $np\leq 10$

5- اذا علمت ان احتمال وفاة رجل عمره اكبر من 65 سنة بسبب التطعيم ضد فيروس الانفلوانزا هو 0.028 فاذا تم تطعيم 100 رجل عمر كل واحد منهم أكبر من 65 سنة
أ- اوجد متوسط حالات الوفاة بين أفراد العينة والتباين. ب- ما احتمال ان يتوفى منهم رجلين على الاكثر؟
ج- ما احتمال ان يتوفى منهم رجلين فقط ؟ د- ما احتمال ان يتوفى منهم اكثر من رجلين ؟

6- إذا علمت أن احتمال حدوث رد فعل سيئ لمريض نتيجة لتناوله دواء معين لعلاج القلب هو 0.0003. فإذا تناول هذا الدواء عينة عشوائية من المرضى بالقلب حجمها 10000 مريض وكان X تمثل عدد المرضى في العينة الذين يحدث لديهم رد فعل سيئ نتيجة لتناولهم الدواء فأوجد $P(X\leq 3)$.

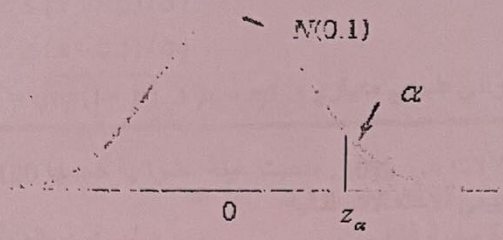
7- إذا علمت أن 1% من المهندسين العاملين بأحد المصانع هم من العمالة الأجنبية. أخذت عينة عشوائية حجمها 160 شخص من بين جميع الأطباء العاملين بهذا المصنع.
أ- ما هو احتمال أن يكون بالعينة 3 مهندسين فقط فقط من العمالة الأجنبية؟
ب- ما هو احتمال أن يكون بالعينة مهندس واحد على الأقل ليس من العمالة الأجنبية؟

8- في أحد المجتمعات الإنسانية بينت الدراسات أن احتمال ان يكون الفرد لديه وثيقة تأمين على الحياة هو 0.06 . أخذت من هذا المجتمع عينة عشوائية حجمها 100 فرد فما احتمال ان يكون بالعينة
أ- من 5 الى 8 أفراد لديهم وثيقة تأمين على الحياة؟ ب- من 5 الى 8 أفراد ليس لديهم وثيقة تأمين على الحياة؟

9- إذا كان احتمال أن يحدث رد فعل سيئ للشخص الذي يحقن بمصل ما هو 0.001. فإذا تم حقن عينة عشوائية حجمها 2000 شخص بهذا المصل
أ- ما هو احتمال أن تحدث 4 حالات ردود فعل سيئة من بينها ؟
ب- ما هو احتمال أن تحدث على الأكثر 4 حالات ردود فعل سيئة من بينها ؟

1- إذا كان المتغير العشوائي Z يتبع التوزيع الطبيعي المعياري $N(0,1)$ فأوجد قيمة كل من $P(Z \leq 1.64)$ ، $P(Z < -1.01)$ ، $P(Z > 1.96)$ ، $P(Z > -2.85)$ ، $P(-0.05 < Z < 0.05)$. كذلك أوجد قيمة c بحيث يكون $P(0 < Z < c) = 0.475$

2- إذا كان z_α ترمز إلى قيمة المتغير العشوائي الطبيعي المعياري Z التي يقع إلى اليمين منها مساحة تساوي α أي أن $P(Z > z_\alpha) = \alpha$.
فأوجد $z_{0.025}$ ، $z_{0.05}$ ، $z_{0.03}$ ، $z_{0.975}$.



3- إذا كان المتغير العشوائي X يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط $\mu = 18$ وانحراف معياري $\sigma = 5$ فأوجد ما يلي:
i) $P(X \leq 15)$ ii) $P(X \geq 14)$ iii) $P(17 < X < 21)$
iv) قيمة k بحيث يكون $P(X < k) = 0.2578$ v) قيمة c بحيث يكون $P(X > c) = 0.1539$.

4- مصنع لتصنيع المواد الكيمائية يصنع مادة كيميائية تعبأ في زجاجات، فإذا كان أوزان هذه الزجاجات يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط 4.8 جرام وانحراف معياري 0.5 جرام فما هي النسبة المئوية للزجاجات التي تحتوي على:
i) أقل من 4 جرام من المادة الكيمائية ii. أكثر من 5 جرام من المادة الكيمائية. iii) ما بين 3.2 إلى 5.2 من المادة الكيمائية.

5- إذا كان معروفا بأن درجات الذكاء لأفراد أحد المجتمعات تتوزع توزيعا طبيعيا متوسطه 104.6 درجة وانحرافه المعياري 3.15 درجة.
أ) أوجد نسبة الأفراد الذين تقع درجة ذكائهم بين 90، 120 درجة. ب) نسبة الأفراد الذين تزيد درجة ذكائهم عن 110 درجة.

6- إذا كان المتغير العشوائي X يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط μ وتباين $\sigma^2 = 100$ وكان $P(X \leq 40) = 0.0080$ فأوجد قيمة μ .

7- إذا كان المتغير العشوائي X يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط $\mu = 25$ وانحراف معياري σ وكان $P(X \geq 10) = 0.9222$ فأوجد قيمة σ .

8- إذا كانت أوزان أكياس معباة بمادة الدقيق يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط 10 كيلو جرام للكيس الواحد وانحراف معياري σ ، فإذا كانت نسبة الأكياس التي يقل وزنها عن 12 كجم هي 15.87% فأوجد قيمة σ ثم أوجد نسبة الأكياس التي يتراوح وزنها ما بين 9 إلى 11 كجم.

9- إذا كانت فترة حمل المرأة يتبع تقريبا التوزيع الطبيعي بمتوسط μ وانحراف معياري 10 أيام. فإذا كانت نسبة النساء اللاتي تدوم فترة حملهم لمدة أقل من 285 يوم هي 84.13% ، فما هي قيمة μ ؟

10- إذا كان X متغير عشوائي طبيعي بمعالم $\mu = 3$ و $\sigma^2 = 9$ فأوجد $P(X > 3)$ ، $P(|X - 3| \leq 3)$ ، $P(X < 3 / X > 2)$.

1- لتكن X متغير عشوائي له دالة كثافة الاحتمال التالية:

$$f(x)=\frac{1}{2\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-4)^2}{8}}\ ;\ -\infty<x<\infty$$

أوجد: $E[X]$ ، $V(X)$ ، $P(X\le -2)$ ، $P(-5<X\le -2)$ ، $P(|X-3|\ge 1)$ ، $P(X\ge -6)$.

> **لاحظ أنه في حالة توزيع ذي الحدين عندما تكون $np\ge 5$ و $n(1-p)\ge 5$ فإن**
>
> $P(X=x)\approx P\big((x-0.5-\mu)/\sigma\le Z\le (x+0.5-\mu)/\sigma\big)$
>
> $P(X\le x)\approx P\big(Z\le (x+0.5)/\sigma\big)$
>
> $P(X\ge x)\approx P\big(Z\ge (x-0.5)/\sigma\big)$
>
> **حيث Z متغير عشوائي طبيعي معياري و $\mu=np$ و $\sigma=\sqrt{np(1-p)}$.**

2- إذا كانت نسبة المعيب في إنتاج إحدى الآلات هي 30%. سحبت عينة عشوائية حجمها 120 قطعة من إنتاج هذه الآلة. أوجد باستخدام تقريب توزيع ذي الحدين بالتوزيع الطبيعي الاحتمالات التالية:

أ) أن يكون بالعينة 30 وحدة معيبة فقط.

ب) أن يكون بالعينة 40 وحدة معيبة على الأكثر.

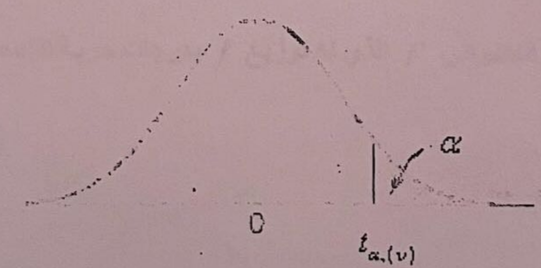
ج) أن يكون بالعينة 50 وحدة معيبة على الأقل.

3- إذا كان احتمال نجاح عملية تغيير صمام القلب في أحد مستشفيات القلب هو 0.5 فما هو احتمال نجاح أقل من 55 عملية ستجرى على 100 مريض في نفس المستشفى.

4- ألقيت قطعة عملة معدنية عادلة 100 مرة متتالية. ما احتمال الحصول على 60 صورة على الأقل؟

5- ليكن X متغير عشوائي منفصل له توزيع ذي الحدين باحتمال نجاح $p=0.98$ وعدد محاولات $n=1000$ بين أن $P(X>29)\approx P(Z>2.14)=0.162$ حيث Z متغير عشوائي طبيعي معياري.

6- إذا كان $t_{\alpha,(\nu)}$ ترمز لقيمة المتغير العشوائي T الذي له توزيع t بدرجات حرية ν والتي يقع إلى اليمين منها مساحة تساوي α ،



أي أن $P(T\ge t_{\alpha,(\nu)})=\alpha$.

أوجد قيمة كلا من: $t_{0.01,(2)}$ ، $t_{0.05,(30)}$ ، $t_{0.025,(10)}$ ، $t_{0.975,(10)}$. أوجد كذلك قيمة $P(-t_{0.025,(10)}<T<t_{0.05,(10)})$.

8- إذا كان T متغير عشوائي يتبع توزيع t بدرجات حرية $\nu=23$ فأوجد:

أ- $P(T\ge 2.069)$ ب- $P(T<1.714)$ ج- $P(T\ge -2.069)$ د- $P(T<-1.714)$

هـ- قيمة k بحيث يكون $P(T\ge k)=0.05$.

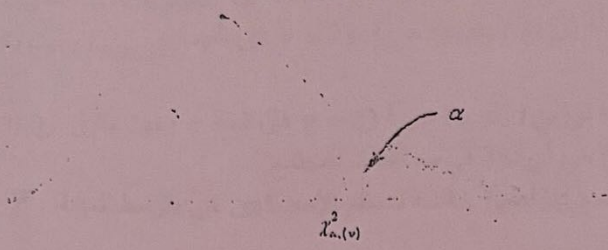
و- قيمة k بحيث يكون $P(-2.069\le T\le k)=0.965$.

ز- قيمة k بحيث يكون $P(-k<T<2.807)=0.095$.

ح- قيمة k بحيث يكون $P(-k<T<k)=0.90$.

1- إذا كان $\chi^2_{\alpha,(\nu)}$ ترمز لقيمة المتغير العشوائي X^2 الذي له توزيع كاي تربيع بدرجات حرية ν والتي يقع إلى اليمين منها مساحة تساوي α ،

$f_{0.99,(28,12)}$



أي أن $P(X^2 \geq \chi^2_{\alpha,(\nu)}) = \alpha$.

أ- أوجد قيمة كلا من: $\chi^2_{0.01,(2)}$ ، $\chi^2_{0.05,(28)}$ ، $\chi^2_{0.025,(10)}$ ، $\chi^2_{0.975,(10)}$.

ب- أوجد قيمة $P(\chi^2_{0.99,(10)} < X^2 < \chi^2_{0.005,(10)})$.

2- إذا كان X^2 متغير عشوائي يتبع توزيع مربع كاي بدرجات حرية $\nu = 10$ فأوجد:

أ- $P(X^2 \geq 18.307)$

ب- $P(X^2 < 25.188)$

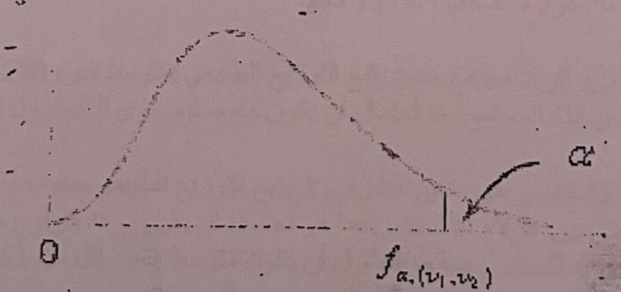
ج- $P(X^2 \geq 3.940)$

د- $P(X^2 < 2.558)$

هـ- قيمة k بحيث يكون $P(X^2 \geq k) = 0.95$.

و- قيمة k بحيث يكون $P(k \leq X^2 \leq 23.209) = 0.015$.

3- إذا كان $f_{\alpha,(\nu_1,\nu_2)}$ ترمز لقيمة المتغير العشوائي F الذي له توزيع f بدرجات حرية للبسط ν_1 وللمقام ν_2 والتي يقع إلى اليمين منها مساحة تساوي α ،



أي أن $P(F \geq f_{\alpha,(\nu_1,\nu_2)}) = \alpha$.

أوجد قيمة كلا من: $f_{0.05,(7,15)}$ ، $f_{0.95,(7,15)}$ ، $f_{0.05,(15,7)}$ ؛ $f_{0.01,(24,9)}$ ، $f_{0.99,(28,12)}$ ، و $f_{0.95,(19,24)}$

1- بين الخطأ والصواب في كل مما يلي:

1. التوزيع الطبيعي المعياري له وسط وانحراف معياري هما على الترتيب 0 و 0
2. إذا كان X متغير عشوائي له توزيع طبيعي $N(880,1600)$ فإن $P(X = 880)$ يساوي 1.
3. إذا كان T متغير عشوائي له توزيع t بدرجة حرية $\nu = 23$ فإن القيمة $t_{0.05,(23)}$ بحيث يكون $P(T > t_{0.05,(23)}) = 0.05$ هي -1.714.
4. إذا كان T متغير عشوائي له توزيع t بدرجة حرية $\nu = 23$ فإن قيمة c بحيث يكون $P(T \geq c) = 0.05$ هي 1.714.
5. معلمة المجتمع (أو المعلمة) هي أي دالة في مشاهدات المجتمع.
6. يوجد هناك ثلاثة معالم مجتمع لها أهمية خاصة لمعظم الإحصائيين هي متوسط العينة، $\overline{X}$ ، وتباين العينة، S^2 ، ونسبة مفردات العينة التي تمتلك خاصية معينة، $\hat{P}$.
7. المجتمعات الإحصائية الغير محدودة تكون معالمها غالباً معلومة.
8. إحصاءة العينة أو الإحصاءة هي أي دالة في مشاهدات العينة العشوائية.
9. يعد متوسط المجتمع، μ ، وتباين المجتمع، σ^2 ، ونسبة مفردات المجتمع التي تمتلك خاصية معينة، P من أهم إحصاءات العينة.
10. تعد إحصاءة المتوسط الحسابي للعينة، $\overline{X}$ ، من أكثر المقدرات استخداما لتقدير قيمة متوسط المجتمع μ .
11. إحصاءة تباين العينة S^2 تعد من المقدرات الأكثر استخداما لتقدير قيمة تباين المجتمع σ^2.
12. نسبة المجتمع P يتم تقديرها عادة باستخدام إحصاءة نسبة العينة $\hat{P}$.
13. توزيع الاحتمال لأي إحصاءة يسمى بتوزيع المعاينة للإحصاءة.
14. يسمى الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة لإحصاءة ما بالخطأ المعياري لهذه الإحصاءة.
15. الخطأ المعياري لتوزيع المعاينة لإحصاءة العينة $\overline{X}$ يرمز له بالرمز $\sigma^2_{\overline{X}}$ وهو يساوي σ^2/n بالنسبة للعينات ذات الحجم n والمسحوبة من مجتمع حجمه غير محدود انحرافه المعياري σ .

2- إذا كان متوسط وتباين أوزان مجتمع سائقي سيارات التاكسي في مدينة ما هما 75 كجم، 25 كجم² على الترتيب، ما احتمال ان يزيد متوسط أوزان عينة بحجم 100 من هؤلاء السائقين عن 74 كجم؟

3- إذا كان مستوى الكلسترول في الدم لدى أفراد مجتمع معين يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط قدره 200 وحدة بانحراف معياري 6 وحدات، فإذا اخذت عينة حجمها 100 فرد من هذا المجتمع، ما احتمال ان يكون متوسط مستوى الكلسترول في الدم للعينة أقل من 200 وحدة؟

4- إذا كانت أوزان مجموعة كبيرة من الأشخاص هي متغير عشوائي X يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط 55 كجم وانحراف معياري 8 كجم

i- إذا اختير شخص واحد عشوائياً من بين هؤلاء الأشخاص فما هو احتمال أن يكون وزنه يتراوح ما بين 47 كجم و53 كجم؟

ii- إذا اختيرت عينة عشوائية حجمها 9 أشخاص فما هو احتمال أن يكون متوسط العينة أقل من 51 كجم؟

5- إذا كان الزمن اللازم لإجراء عملية جراحية معينة بأحد المستشفيات يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط 60 دقيقة وانحراف معياري 5 دقائق، فإذا سجل زمن إجراء هذا النوع من العمليات لعينة عشوائية حجمها 100 عملية من واقع السجلات الموجودة بهذا المستشفى.

أ- ما احتمال أن يكون متوسط الزمن المستغرق لإجراء العملية لهذه العينة أكبر من 60 دقيقة؟

ب- ما احتمال أن يكون متوسط الزمن المستغرق لإجراء العملية لهذه العينة أقل من 61 دقيقة و 15 ثانية؟

1- سحبت عينة عشوائية حجمها 25 من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي $N(57,144)$ وسحبت عينة عشوائية أخرى حجمها 25 مستقلة عن العينة الأولى من مجتمع آخر له التوزيع الطبيعي $N(55,81)$. فإذا كان متوسط العينة الأولى هو $\overline{X}_1$ ومتوسط العينة الثانية هو $\overline{X}_2$ ، فأوجد:

i - $P(\overline{X}_1 - \overline{X}_2 \leq 3)$

ii - $P(\overline{X}_1 > \overline{X}_2)$

iii - $P(|\overline{X}_1 - \overline{X}_2| \leq 3)$

2- سحبت عينة عشوائية حجمها 8 من مجتمع طبيعي $N\ (7,\ 4)$ فاذا رمزنا الى متوسط هذه العينة بالرمز $\overline{X}_1$ وسحبت عينة عشوائية اخرى حجمها 8 من مجتمع آخر مستقل عن المجتمع الأول يتبع ايضا التوزيع الطبيعي $N\ (5,\ 4)$ ، فاذا رمزنا الى متوسط هذه العينة بالرمز $\overline{X}_2$ ، فأوجد:

i– $P(0 \leq \overline{X}_1 - \overline{X}_2 \leq 1)$

ii– $P(\overline{X}_1 \leq \overline{X}_2)$

3- إذا كانت أنابيب صورة التلفزيون المصنعة بواسطة المصنع A لها متوسط عمر $\mu_1 = 6.5$ سنة وانحراف معياري $\sigma_1 = 0.9$ سنة، بينما أنابيب صورة التلفزيون المصنعة بواسطة المصنع B لها متوسط عمر $\mu_2 = 6.0$ سنوات وانحراف معياري $\sigma_2 = 0.8$ سنة . أخذت عينة عشوائية حجمها $n_1 = 36$ أنبوب مصنعة بواسطة المصنع A كما أخذت عينة عشوائية حجمها $n_2 = 49$ أنبوب مصنعة بواسطة المصنع B فإذا كان $\overline{X}_1$ يرمز لإحصاءة متوسط أعمار العينة من أنابيب المصنع A بينما $\overline{X}_2$ ترمز لإحصاءة متوسط أعمار العينة من أنابيب المصنع B ما احتمال أن يكون متوسط أعمار عينة أنابيب المصنع A تزيد عن متوسط أعمار عينة أنابيب المصنع B بمقدار لا يقل عن 1.0 سنة.

(تلميح: نعبر عن الاحتمال المطلوب بكتابة: $P(\overline{X}_1 \geq \overline{X}_2 + 1.0)$ أو بكتابة $P(\overline{X}_1 - \overline{X}_2 \geq 1.0)$)

4- إذا كان 20% فقط من السيارات في مدينة معينة يوجد بداخلها صندوق للإسعافات الأولية. أخذت عينة عشوائية حجمها 200 سيارة من بين سيارات هذه المدينة.

أ- ما احتمال أن تكون نسبة السيارات بالعينة، $\hat{P}$ ، التي بداخلها صندوق للإسعافات الأولية تتراوح ما بين 18% و 22% ؟

ب- ما احتمال أن تكون نسبة السيارات بالعينة، $\hat{P}$ ، التي بداخلها صندوق للإسعافات الأولية لا تزيد عن 20%؟

5- إذا كان 5% من إنتاج أحد خطوط الإنتاج بمصنع للأدوية غير مطابق للمواصفات (أي أن $P_1 = 0.05$) بينما 6% من إنتاج خط آخر للإنتاج بنفس المصنع غير مطابق للمواصفات (أي أن $P_2 = 0.06$). أخذت عينة عشوائية حجمها 400 قطعة من إنتاج كل خط (أي أن $n_1 = n_2 = 400$). فإذا كانت الإحصاءة $\hat{P}_1$ ترمز لنسبة الإنتاج الغير مطابق للمواصفات بعينة الخط الأول و $\hat{P}_2$ ترمز لنسبة إنتاج عينة الخط الثاني الغير مطابق للمواصفات فأوجد.

i - $P(\hat{P}_1 > 0.05)$

ii - $P(\hat{P}_1 - \hat{P}_2 \leq 0.04)$

iii - $P(-0.04 < \hat{P}_1 - \hat{P}_2 < 0.04)$

iv - $P(|\hat{P}_1 - \hat{P}_2| > 0.04)$

1- بين الخطأ والصواب في كل مما يلي:

1. المجتمعات الإحصائية الغير محدودة تكون معالمها عادة معلومة.
2. عدم رفض فرض العدم يؤدي إلى قبول الفرض البديل.
3. رفض فرض العدم بينما هو في الواقع صحيح يسمى بالخطأ العدمي.
4. يعرف مستوى المعنوية للاختبار بأنه احتمال ارتكاب خطأ النوع الثاني.
5. في حالة اختبار الطرف الواحد، الحرف الإغريقي α يرمز إلى احتمال ارتكاب خطأ النوع الأول.
6. يعرف مستوى المعنوية للاختبار بأنه متوسط ارتكاب خطأ النوع الأول
7. القيمة المحسوبة لإحصاءة الاختبار هي قيمة محددة من جدول (مثل جدول توزيع t)
8. في حالة رفض فرض العدم وقبول الفرض البديل فإننا نقول بأن الاختبار غير معنوي.
9. يقع خطأ النوع الثاني (Type II error) عندما نرفض فرض العدم وهو الواقع صحيح
10. سحبت عينة مكونة من 8 سجائر من إنتاج مصنع للتبغ و حسبت كمية النيكوتين بها فكان متوسط كمية النيكوتين بالعينة 16 مليجرام بانحراف معياري 2 مليجرام. تمت صياغة فرض العدم والفرض البديل كما يلي: $H_0 : \mu = 17$ ضد $H_1 : \mu < 17$ يسمى مثل هذا الاختبار اختبار طرفين.
11. اختبار الطرفين هو اختبار بمنطقتي قبول.
12. إشارة الفرض البديل في اختبار الطرف الأيمن دائماً تكون إشارة "أكبر من" $(\geq)$.
13. إشارة الفرض البديل في اختبار الطرفين دائماً تكون إشارة "يساوي" $(=)$.
14. إشارة الفرض البديل في اختبار الطرف الأيسر دائماً تكون إشارة "أصغر من" $(>)$
15. لاختبار الفرض القائل بأن متوسط درجة كفاءة مجتمع أعضاء هيئة التدريس بالجامعات الليبية يقل عن متوسط درجة كفاءة مجتمع الإطباء العاملين في المستشفيات الليبية فإننا نستخدم اختبار الطرفين.
16. لاختبار الفرض القائل بأن متوسط ضغط دم مجتمع أعضاء هيئة التدريس بالجامعات الليبية يزيد عن متوسط ضغط دم مجتمع الإطباء العاملين في المستشفيات الليبية فإننا نستخدم اختبار الطرف الأيسر.
17. لاختبار الفرض القائل بأن متوسط الدخل السنوي لمجتمع أعضاء هيئة التدريس بالجامعات الليبية يختلف عن متوسط الدخل السنوي لمجتمع الإطباء العاملين في المستشفيات الليبية فإننا نستخدم اختبار الطرف الأيمن.
18. القيمة الوحيدة التي تستخدم كتقدير لمعلمة مجتمع مجهولة هي ما يعرف بتقدير الفترة لهذه المعلمة.

-2

أ- اختبر فرض العدم $H_0 : \mu = 18$ ضد الفرض البديل $H_1 : \mu \neq 18$ عند مستوى المعنوية $\alpha = 0.05$ وذلك بناءً على عينة عشوائية حجمها 9 ومتوسطها 17 تم سحبها من مجتمع طبيعي متوسطه μ وانحرافه المعياري $\sigma = 1$.

ب- أوجد قيمة الاحتمال $(p-value)$ لهذا الاختبار.

(تلميح: $z_c = -3.00,\ p-value = 2 \times P(Z \geq |z_c|)$)

ج- قدر قيمة μ باستخدام أسلوب تقدير الفترة مستخدماً مستوى ثقة $\gamma = 0.95$

(لاحظ أن: $\alpha = 1-\gamma = 0.05, \alpha/2 = 0.025, z_{\alpha/2} = z_{0.025} = 1.96, n = 9, \bar{x} = 17, \sigma = 1$)

-3

أ- اختبر فرض العدم $H_0 : \mu = 18$ ضد الفرض البديل $H_1 : \mu > 18$ عند مستوى المعنوية $\alpha = 0.01$ وذلك بناء على عينة عشوائية حجمها 49 تم سحبها من مجتمع متوسطه μ فكان متوسطها يساوي 19 وانحرافها المعياري يساوي 4.

ب- أوجد قيمة الاحتمال $(p-value)$ لهذا الاختبار.

(تلميح: $z_c = 1.75,\ p-value = P(Z \geq |z_c|)$)

ج- أوجد 90% فترة ثقة لمتوسط المجتمع μ.

(لاحظ أن: $\gamma = 0.90, \alpha = 1-\gamma = 0.10, \alpha/2 = 0.05, z_{\alpha/2} = z_{0.05} = 1.645, n = 49, \bar{x} = 19, s = 4$)

أ- اختبر فرض العدم $H_0:\mu=18$ ضد الفرض البديل $H_1:\mu<18$ عند مستوى المعنوية $\alpha=0.01$ وذلك بناء على عينة عشوائية حجمها 100 تم سحبها من مجتمع متوسطه μ فكان متوسطها 17 وتباينها 25.

ب- أو جد قيمة الاحتمال $(p-value)$ لهذا الاختبار.

(تلميح: $z_c=-2.00,\ p-value \doteq P(Z\ge|z_c|)$)

ج- أوجد 98% فترة ثقة لمتوسط المجتمع μ.

(لاحظ أن: $\gamma=0.98,\alpha=1-\gamma=0.02,\alpha/2=0.01,z_{\alpha/2}=z_{0.01}\doteq 2.33,n=100,\bar{x}=17,s=\sqrt{25}=5$)

2- من مصنع للمشروبات الغازية سحبت عينة حجمها 36 زجاجة من المشروب الغازي وقيس مقدار ما تحتويه كل زجاجة من مادة معينة فكان متوسط هذه المادة في العينة هو 7.4 جرام بانحراف معياري قدره 0.48 جرام. فإذا كان متوسط ما تحتويه زجاجات المشروب الغازي المنتجة بواسطة هذا المصنع من هذه المادة هو μ. أحسب قيمة الاحتمال $(p-value)$ لغرض اختبار فرض العدم القائل بأن $\mu=7.5$ ضد الفرض البديل $H_1:\mu<7.5$ عند مستوى معنوية $\alpha=0.10$.

(**تلميح:** $z_c=-1.25,\ p-value=P(Z\ge|z_c|)$)

3- أخذت عينة عشوائية مكونة من 225 موظف من العاملين بأحد المصانع الكبيرة وتبين بأن متوسط مرتباتهم الشهرية هو 520 دينار بانحراف معياري قدره 100 دينار. على افتراض أن مرتبات الموظفين بالمصنع لها توزيع غير معروف بمتوسط μ وتباين σ^2.

أ- اختبر فرض العدم $H_0:\mu=500$ ضد الفرض البديل $H_1:\mu\neq 500$ مستخدماً مستوى معنوية $\alpha=0.05$.

(**تلميح:** $z_c=3.00,\ z_{\alpha/2}=z_{0.025}=1.96,\ p-value=2\times P(Z\ge|z_c|)$)

ب- أوجد 95% فترة ثقة لمتوسط مرتبات الموظفين بالمصنع، μ.

4- أخذت عينة عشوائية حجمها $n=10$ من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي متوسطه μ وتباينه σ^2 فكان متوسط العينة يساوي 15 والانحراف المعياري للعينة يساوي 9.

أ- أختبر عند مستوى المعنوية 5% الفرض القائل بأن متوسط المجتمع μ لا يختلف عن القيمة 16.

(**تلميح:** $H_0:\mu=16,\quad H_1:\mu\neq 16,\quad t_c=-0.351,\ t_{\alpha/2,(n-1)}=t_{0.025,(9)}=2.262$)

ب- أوجد 95% فترة ثقة لـ μ.

(**تلميح:** $\left[\bar{x}-t_{\alpha/2,(n-1)}\frac{s}{\sqrt{n}},\bar{x}+t_{\alpha/2,(n-1)}\frac{s}{\sqrt{n}}\right]=[8.562,\ 21.438]$)

5- إذا كان متوسط أطوال عينة من 36 طالب بإحدى الكليات هو 68.5 أنش بانحراف معياري قدره 7 أنش. أختبر الفرض القائل بأن متوسط أطوال جميع الطلبة بالكلية لا يختلف عن 68 أنش. استخدم $\alpha=0.05$ كمستوى للمعنوية.

(**تلميح:** اختبر $H_0:\mu=68$ ضد $H_1:\mu\neq 68$)

6- سحبت عينة عشوائية حجمها 20 من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط μ وتباين σ^2 فكان متوسطها 32.8 بانحراف معياري 4.51. هل يمكننا القول بأن متوسط هذا المجتمع أكبر من 30. استخدم 0.05 كمستوى للمعنوية؟

(**تلميح:** اختبر $H_0:\mu=30$ ضد $H_1:\mu>30$)

1- بينت دراسة سابقة أن متوسط عدد الساعات الأسبوعية μ التي يقضيها الطالب الجامعي في البحث عبر شبكة الانترنت لأغراض البحث العلمي يساوي 8 ساعات. لمعرفة ما إذا كانت قيمة μ قد زادت أم لا، أخذت عينة عشوائية مكونة من 64 طالب جامعي فتبين بأن متوسط عدد الساعات هو 10 ساعات بانحراف معياري 9 ساعات. استخدم مستوى المعنوية $\alpha = 0.01$ لاختبار الفرض القائل بأن $\mu > 8$.

(تلميح: اختبر $H_0 : \mu = 8$ ضد $H_1 : \mu > 8$)

2- يدعي أحد مصانع التبغ أن متوسط نسبة النيكوتين في السجائر التي يقوم المصنع بتصنيعها، μ، لا يزيد عن 17.5 مليجرام. سحبت عينة عشوائية مكونة من 8 سجائر من هذا المصنع. فكان متوسط نسبة النيكوتين بالعينة 18.6 مليجرام بانحراف معياري 2.4 مليجرام. افتراض أن نسبة النيكوتين بالسجائر المصنعة بالمصنع تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط μ.

أ- هل نتائج العينة تدعم الشك في إدعاء المصنع؟ استخدم مستوى المعنوية $\alpha = 0.01$.

(تلميح: اختبر $H_0 : \mu = 17.5$ ضد $H_1 : \mu > 17.5$)

ب- أوجد 95% فترة ثقة لـ μ.

3- البيانات التالية تبين أوزان 5 صناديق (بالكيلوجرام) تحتوي على مادة كيميائية تم سحبها من أحد مخازن المصنع الذي يقوم بتصنيع هذه المادة: 40.0 39.5 40.3 40.1 39.7. على افتراض أن أوزان الصناديق الموجودة بالمخزن تتبع التوزيع الطبيعي $N(\mu, \sigma^2)$.

أ- اختبر عند مستوى معنوية 10% الفرض القائل بأن قيمة μ تقل عن 40.0.

(تلميح: اختبر $H_0 : \mu = 40.0$ ضد $H_1 : \mu < 40.0$)

ب- أوجد 99% فترة ثقة لمتوسط أوزان الصناديق الموجودة بالمخزن، μ.

4- في عينة عشوائية من 12 شخصا يعالجون من مرض معين وجد أن عدد كرات الدم البيضاء مقدرة بالآلاف عند هؤلاء المرضى كالآتي:

8 13 12 10 7 8 10 12 13 10 5 11

فإذا كان μ ترمز لمتوسط عدد كرات الدم البيضاء في مجتمع هؤلاء المرضى، اختبر عند مستوى المعنوية $\alpha = 0.1$ الفرض القائل بأن متوسط عدد كرات الدم البيضاء في مجتمع هؤلاء المرضى لا يختلف عن 10000.

(تلميح: اختبر $H_0 : \mu = 10$ ضد $H_1 : \mu \neq 10$)

5- بفرض أن زمن إجراء عملية الزائدة الدودية متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط μ وتباين σ^2. أخذت عينة عشوائية مكونة من 10 عمليات جراحية على الزائدة الدودية أجريت مؤخرا بعدة مستشفيات وسجل الزمن الذي استغرقته كل عملية بالساعات فكان كالتالي:

1.2 1.5 1.1 1.4 0.9 1.3 0.80 1.3 1.0 1.2

أ- اختبر فرض العدم $H_0 : \mu = 1$ ضد الفرض البديل $H_1 : \mu \neq 1$ مستخدماً مستوى معنوية 1%.

ب- أوجد 95% فترة ثقة لـ μ.

6- مصنع لقطع غيار السيارات يستخدم في أسلوب قديم لإنتاج نوع معين من مصفيات الزيت. فإذا كان متوسط الإنتاج اليومي بهذا الأسلوب هو 8000 وحدة وأرادت إدارة المصنع تغيير أسلوب الإنتاج بغية إحداث زيادة في الإنتاج فاستخدمت أسلوبا جديدا لمدة 25 يوما فكان متوسط الإنتاج خلال الـ 25 يوما هو 8130 وحدة بانحراف معياري 100 وحدة. فهل تدعم نتائج هذه العينة الفرض القائل بأن استخدام الأسلوب الجديد أدى إلى زيادة الإنتاج وذلك باعتبار أن الإنتاج اليومي للمصنع له التوزيع الطبيعي بمتوسط μ وتباين σ^2. أستخدم $\alpha = 0.01$ كمستوى للمعنوية.

(تلميح: اختبر $H_0 : \mu = 8000$ ضد $H_1 : \mu > 8000$)

1- إحدى الشركات قامت بتطوير دواء جديد لعلاج ضغط الدم المرتفع. ثم تجريب هذا الدواء على عينة عشوائية حجمها 100 شخص من ذوي الضغط المرتفع، فنجح في تعديل ضغط الدم لعدد 76 شخصاً منهم ، فاذا كانت P ترمز لنسبة أفراد مجتمع ذوي الضغط المرتفع الذين تعدل ضغط دمهم نتيجة لإستعمالهم لهذا الدواء.

أ- اختبر فرض العدم $H_0 : P = 0.70$ ضد الفرض البديل $H_1 : P > 0.70$ مستخدماً $\alpha = 0.05$ كمستوى للمعنوية.

ب- احسب قيمة الاحتمال $(p-value)$ للاختبار بالفقرة السابقة.

ج- أوجد فترة الثقة 95% لنسبة أفراد مجتمع ذوي الضغط المرتفع الذين تعدل ضغط دمهم نتيجة لإستعمالهم لهذا الدواء، P.

(تلميح: $z_c = 1.31,\ p-value \doteq P(Z \geq |z_c| = 0.0951)$)

2- تدعي شركة متخصصة في تصنيع نوع معين من المعدات الصناعية أن 85 % على الأقل من المعدات التي تنتجها مطابقة للمواصفات المطلوبة. تم اختيار عينة عشوائية مكونة من 200 وحدة من المعدات التي تقوم بتصنيعها ووجد أن بها 160 وحدة مطابقة للمواصفات. فإذا كانت P ترمز للنسبة الفعلية للمعدات المطابقة للمواصفات التي تنتجها الشركة. اختبر مدى صحة إدعاء الشركة عند مستوى معنوية 5%.

3- في عينة عشوائية حجمها 500 شخص تم حقنهم بمصل ما تأثر 145 شخصاً منهم تأثيراً ضاراً. فإذا كان P ترمز لنسبة مجتمع الأشخاص الذين يتأثرون تأثيراً ضاراً من هذا المصل فهل بيانات هذه العينة تؤدي إلى الحكم بأن P تقل عن 30%؟ استخدم 5% كمستوى للمعنوية. كذلك احسب قيمة الاحتمال $(p-value)$ لهذا الاختبار.

(تلميح: اختبر $H_0 : P = 0.30$ ضد $H_1 : P < 0.30$)

4- بينت إحدى الدراسات الطبية أن نسبة الشفاء من مرض معين، P ، بواسطة علاج تقليدي هي 60%. ابتكر علاج جديد يعتقد أنه أفضل من العلاج التقليدي. تم أخذ عينة عشوائية حجمها 150 مريضاً بهذا المرض وتمت معالجتهم بالعلاج الجديد. فإذا كان عدد المرضى الذين شفوا في العينة هو 120 مريض، فهل هذا يعد دليلاً كافياً على أن العلاج الجديد أفضل من العلاج التقليدي؟ استخدم 5% كمستوى للمعنوية.

(تلميح: اختبر $H_0 : P = 0.60$ ضد $H_1 : P > 0.60$)

5- مصنع للأدوية أنتج نوع جديد من الدواء لتخفيف الألم الناتج من الروماتيزم لمدة 24 ساعة. فإذا تم إعطاء هذا الدواء لعينة حجمها 2000 شخص مصابين بالروماتيزم فأدى الدواء إلى تخفيف الألم لـ 1600 شخصا منهم لمدة 24 ساعة. عند مستوى معنوية 5% هل مشاهدات هذه العينة تؤيد الزعم القائل بأن نسبة المجتمع P من المرضى بالروماتيزم، الذين يؤدي هذا الدواء إلى تخفيف الألم لهم لمدة 24 ساعة ، تزيد عن 85%.

(تلميح: اختبر $H_0 : P = 0.85$ ضد $H_1 : P > 0.85$)

6- مصنع للأدوية يدعي بأن دواء من إنتاجه له فاعلية بنسبة 90% (أو أكثر) في تخفيف ألم الحساسية لفترة 8 ساعات. فإذا أعطى هذا الدواء إلى 200 شخص مصابين بالحساسية فأدى الدواء إلى تخفيف الألم لنسبة 80% منهم.

أ- هل نتائج هذه العينة لا تدعم إدعاء هذا المصنع. استخدم 1% كمستوى للمعنوية.

(تلميح: اختبر $H_0 : P = 0.90$ ضد $H_1 : P < 0.90$)

ب- أوجد فترة ثقة 90% لنسبة مجتمع المصابين بالحساسية الذين أدى الدواء إلى تخفيف الألم لهم لمدة 8 ساعات، P .

7- سحبت عينة عشوائية حجمها 400 شخص من المقيمين بمدينة ما والذين يملكون سيارات. فإذا كان عدد الذين لديهم صندوق للإسعافات الأولية بسياراتهم في العينة هو 225. فإذا كان P ترمز للنسبة الحقيقية من سكان هذه المدينة والذين لديهم صندوق للإسعافات الأولية بسياراتهم فاختبر عند مستوى معنوية 0.05 الفرض القائل بأن نسبتهم تزيد عن 60% .

(تلميح: اختبر $H_0 : P = 0.6$ ضد $H_1 : P > 0.6$)

8- أظهرت عينة عشوائية حجمها 200 سائق سيارة مقيمين في إحدى المدن أن 48 سائق منهم لديهم وثيقة تأمين إجباري سارية المفعول. فإذا كانت النسبة الحقيقية لسائقي السيارات المقيمين بالمدينة والذين لديهم وثيقة تأمين إجباري سارية المفعول هي P .

أ- اختبر عند مستوى معنوية 0.01 الفرض القائل بأن $P \neq 0.30$.

(تلميح: $z_c = -1.85,\ p-value = 2 \times P(Z > |z_c|)$)

ب- أوجد فترة الثقة 99% لـ P .

1- إذا كان لدينا مجتمعان مستقلان يتبعان التوزيع الطبيعي واخذنا عينة عشوائية حجمها 100 مفردة من المحتمع الأول، فوجد أن $s_1=10$ ، $\bar{x}_1=68.5$. وأخذنا عينة عشوائية من المجتمع الثاني حجمها 150 مفردة فوجدنا أن $s_2=12$ ، $\bar{x}_2=66.9$.

أ- اختبر فرض العدم $H_0: \mu_1=\mu_2$ مقابل الفرض البديل $H_1: \mu_1>\mu_2$ عند مستوى معنوية 1%.

ب- أوجد 90% فترة ثقة للفرق $\mu_d=\mu_1-\mu_2$.

(تلميح: $z_c=1.14,\ p-value=P(Z>|Z|)$)

2- من مجتمعين مستقلين سحبت عينة عشوائية من المجتمع الأول والذي يتبع التوزيع الطبيعي $N(\mu_1,\sigma^2)$ وسحبت عينة عشوائية من المجتمع الثاني والذي يتبع أيضا التوزيع الطبيعي $N(\mu_2,\sigma^2)$ وامكن الحصول على النتائج التالية:

$n_1=12,\ \bar{x}_1=107,\ s_1=10 \qquad n_2=10, \bar{x}_2=112,\ s_2^2=100,$

أ- اختبر عند مستوى معنوية $\alpha=0.05$ الفرض القائل بأن متوسط المجتمع الأول أقل من متوسط المجتمع الثاني.

(**تلميح:** اختبر $H_0: \mu_1=\mu_2$ ضد $H_1: \mu_1<\mu_2$)

ب- أوجد 90% فترة ثقة للفرق $\mu_d=\mu_1-\mu_2$.

3- من مجتمعين مستقلين يتبعان التوزيع الطبيعي ولهما نفس التباين (أي $\sigma_1^2=\sigma_2^2$) سحبت عينة عشوائية من كل مجتمع فأعطتنا النتائج التالية:

الانحراف المعياري للعينة	متوسط العينة	حجم العينة	رقم العينة
6	25	15	1
8	23	15	2

أختبر الفرض القائل بأنه لا يوجد اختلاف بين متوسط المجتمع الأول (μ_1) ومتوسط المجتمع الثاني (μ_2) . استخدم مستوى المعنوية $\alpha=0.01$.

(**تلميح:** اختبر $H_0: \mu_1=\mu_2$ ضد $H_1: \mu_1\neq\mu_2$)

4- سحبت عينتان مستقلتان عشوائيا من مجتمعين يتبعان التوزيع الطبيعي ولهما نفس التباين (أي $\sigma_1^2=\sigma_2^2$) فأعطتنا النتائج التالية:

الانحراف المعياري للعينة	حجم العينة	متوسط العينة	رقم العينة
7	10	25	1
9	16	21	2

أختبر الفرض القائل بأن متوسط المجتمع الأول (μ_1) أقل من متوسط المجتمع الثاني (μ_2) عند مستوى المعنوية $\alpha=0.01$.

(**تلميح:** اختبر $H_0: \mu_1=\mu_2$ ضد $H_1: \mu_1<\mu_2$)

5- مصنع لإنتاج أجهزة القياس الطبية يوجد به خطان لإنتاج نوع معين من أجهزة قياس ضغط الدم. أخذت عينة عشوائية حجمها 200 جهاز من إنتاج الخط الأول ووجد أن 12 جهازا منها معيب، وأخذت عينه عشوائية من إنتاج الخط الثاني حجمها 300 جهاز فوجد أن بها 15 جهاز معيب.

أ. اختبر الفرض القائل بأن هناك اختلاف في نسبة الأجهزة المعيبة المنتجة من الخطين. استخدم مستوى المعنوية 0.01

(**تلميح:** اختبر $H_0: P_1=P_2$ ضد $H_1: P_1\neq P_2$)

ب. اختبر الفرض القائل بأن الخط الثاني يحمل بصورة أفضل من الخط الأول. استخدم مستوى المعنوية 0.05

(**تلميح:** اختبر $H_0: P_1=P_2$ ضد $H_1: P_1>P_2$)

ج. أوجد 95% فترة ثقة للفرق $P_d=P_1-P_2$

6- لمعرفة تأثير طعم ما في الوقاية من وباء الكوليرا اختيرت عينتان عشوائيتان حجم الأولى 1000 شخص وحجم الثانية 1500 شخص وتم حقن أفراد العينة الأولى بالطعم ولم يحقن أفراد العينة الثانية (مجموعة مراقبة). وبعد فترة من الزمن ظهرت 100 حالة مرضية في العينة الأولى و 500 حالة مرضية في العينة الثانية. اختبر ما إذا كان لهذا الطعم أثر في الوقاية من مرض الكوليرا مستخدما مستوي المعنوية 1%

(**تلميح:** اختبر $H_0: P_1=P_2$ ضد $H_1: P_1<P_2$)

1- سحبت عينة عشوائية حجمها 9 من مجتمع طبيعي متوسطه μ وانحرافه المعياري σ فكان متوسطها 150 وانحرافها المعياري 8 .

أ- اختبر فرض العدم $H_0 : \sigma^2 = 81$ ضد الفرض البديل $H_1 : \sigma^2 \neq 81$ وذلك عند مستوى المعنوية $\alpha = 0.10$

ب- قدر قيمة σ^2 باستخدام أسلوب تقدير الفترة مستخدماً مستوى ثقة $\gamma = 0.90$

2- البيانات التالية تبين أوزان 5 أكياس (بالكيلوجرام) تحتوي على مادة الدقيق تم سحبها من أحد مطاحن الدقيق : 40.0 39.5 40.3 40.1 39.7. على افتراض أن أوزان الأكياس الموجودة بالمخزن تتبع التوزيع الطبيعي $N(\mu, \sigma^2)$.

أ- اختبر عند مستوى معنوية 1% الفرض القائل بأن قيمة σ^2 تقل عن 0.15.

(تلميح: اختبر $H_0 : \sigma^2 = 0.15$ ضد $H_1 : \sigma^2 < 0.15$)

ب- أوجد 95% فترة ثقة لتباين أوزان الأكياس الموجودة بالمخزن، σ^2.

3- بفرض أن زمن إجراء عملية على شبكية العين متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط μ وتباين σ^2. أخذت عينة عشوائية مكونة من 10 عمليات جراحية على شبكية العين أجريت مؤخراً بعدة مستشفيات للعيون وسجل الزمن الذي استغرقته كل عملية بالساعات فكان كالتالي:

1.2 1.5 1.1 1.4 0.9 1.3 0.80 1.3 1.0 1.2

أ- اختبر فرض العدم $H_0 : \sigma = 0.20$ ضد الفرض البديل $H_1 : \sigma > 0.20$ مستخدماً مستوى معنوية 5% .

ب- أوجد 95% فترة ثقة لـ σ .   ج- أوجد 95% فترة ثقة لـ σ^2.

4- إذا كان لدينا مجتمعان مستقلان يتبعان التوزيع الطبيعي وأخذنا عينة عشوائية حجمها 10 مفردات من المجتمع الأول، فوجد أن $s_1 = 10$, $\bar{x}_1 = 68.5$. , أخذنا عينة عشوائية من المجتمع الثاني حجمها 16 مفردة فوجدنا أن $s_2 = 12$, $\bar{x}_2 = 66.9$.

أ- اختبر فرض العدم $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ مقابل الفرض البديل $H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ وذلك عند مستوى معنوية 5%.

ب- أوجد 90% فترة ثقة لـ σ_1^2 / σ_2^2.

5- من مجتمعين مستقلين سحبت عينة عشوائية من المجتمع الأول والذي يتبع التوزيع الطبيعي $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ وسحبت عينة عشوائية من المجتمع الثاني والذي يتبع أيضا التوزيع الطبيعي $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ وأمكن الحصول على النتائج التالية:

$$n_2 = 10, \bar{x}_2 = 112, \ s_2^2 = 100, \qquad n_1 = 12, \ \bar{x}_1 = 107, \ s_1 = 10$$

أ- اختبر عند مستوى معنوية $\alpha = 0.10$ الفرض القائل بأن تباين المجتمع الأول لا يختلف عن تباين المجتمع الثاني.

ب- أوجد 90% فترة ثقة لـ σ_1^2 / σ_2^2.

6- تم إجراء امتحان في اللغة الإنجليزية لعينة عشوائية مكونة من 20 ولد ولعينة عشوائية أخرى مكونة من 15 بنت. متوسط درجات عينة الأولاد في هذا الامتحان كان 84 درجة بانحراف معياري 8 درجات، بينما متوسط درجات عينة البنات في الامتحان كان 78 درجة بانحراف معياري 6 درجات.

أ- اختبر فرض العدم $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ضد الفرض البديل $H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ وذلك عند مستوى معنوية 1%.

ب- أوجد 98% فترة ثقة لـ σ_1^2 / σ_2^2.

7- سحبت عينتان مستقلتان عشوائياً من مجتمعين يتبعان التوزيع الطبيعي فأعطتا النتائج التالية:

رقم العينة	متوسط العينة	حجم العينة	الانحراف المعياري للعينة
1	25	10	7
2	21	16	9

أختبر الفرض القائل بان تباين المجتمع الأول (σ_1^2) أقل من تباين المجتمع الثاني (σ_2^2) وذلك عند مستوى المعنوية $\alpha = 0.05$.