تمرين 222

بيّن مدى صحة كل عبارة من العبارات التالية:

1. التجربة العشوائية (*Random Experemint*) هي التجربة التي تجرى تحت ظروف معينة وتكون جميع نتائجها معروفة مسبقا ولكن لا يمكن لأحد التنبؤ بحدوث أياً من هذه النتائج أولاً (بصفة مؤكدة).
2. فراغ العينة (*Sample Space*) هو الفئة المكونة لبعض النتائج الممكنة للتجربة العشوائية ويرمز لها عادة بالحرف الكبير S.
3. يعرف الحدث بأنه فئة جزئية من فراغ العينة S.
4. يقال إن الحدث E قد وقع إذا ظهر (عند إجراء التجربة العشوائية) واحد أو أكثر من النتائج الممكنة للتجربة التي تكون الحدث E.
5. يرمز لعدد العناصر التي تكون الحدث A بالرمز $n(A)$.
6. تبين قيمة احتمال حدث معين درجة أو شدة الاعتقاد في حدوث الحدث فكلما كان الحدث أكثر وقوعاً كان الاحتمال أقرب إلى الصفر، وكلما كان الحدث أقل وقوعاً كان الاحتمال أقرب إلى الواحد الصحيح.
7. إذا كان لدينا تجربة عشوائية جميع نتائجها متساوية الفرصة في الظهور وتكون المصادفة وحدها هي التي تحدد ذلك، وكان فراغ العينة لها يحتوي على عدد محدود من العناصر $n(S)$ وكان لدينا حدث A يحتوي على عدد $n(A)$ عنصر فإن احتمال وقوع الحدث A والذي يرمز له بالرمز $P(A)$ (ويقرأ احتمال A) يعرف كالتالي: $P(A)=n(S)/n(A)$.
8. يوجد تعريف للاحتمال مبني على مفهوم التكرار النسبي، يسمى باحتمال التكرار النسبي (*Relative Frequency Probability*) ينص على أنه إذا كررت تجربة عشوائية ما مرات عديدة تحت نفس الظروف فإن التكرار النسبي لحدث ما متعلق بهذه التجربة يقترب من عدد ثابت كلما زاد عدد مرات إجراء التجربة، ويؤخذ هذا العدد كتقدير لاحتمال ذلك الحدث.
9. توجد طريقة لحساب احتمال حدوث حدث معين تعتمد على درجة اعتقاد شخص في حدوث الحدث وهذا هو ما يسمى بالاحتمال الشخصي أو الذاتي (*Subjective Probability*) وهو عبارة عن عدد يتراوح ما بين الصفر والواحد الصحيح يعكس درجة اعتقاد شخص بأن حدث معين سيقع في المستقبل.
10. يستخدم الاحتمال الشخصي عادة في حالة التجارب العشوائية التي تحدث مرة واحدة فقط ولا توجد إمكانية لتكرارها مستقبلاً.
11. يرمز لاحتمال وقوع الحدث A بالرمز $P(A)$ واحتمال عدم وقوع الحدث A بالرمز $P(A^c)$ بحيث يكون $P(A)+P(A^c)=0$.
12. بصفة عامة يجب أن يكون احتمال وقوع أي حدث، E مثلاً، قيمة ليست سالبة أو أكبر من الواحد الصحيح أي أن $0\le P(E)\le 1$.
13. عندما يكون $P(E)=0$ يقال بأن الحدث E حدث مستحيل الوقوع (*Impossible Event*).
14. عندما يكون $P(E)=1$ يقال بأن الحدث E حدث مؤكد الوقوع (*Certain Event*).
15. إذا كان S ترمز لفراغ العينة لتجربة عشوائية ما فإن $P(S)>1$.
16. الرمز $P(A\cap B)$ يعني احتمال وقوع الحدث A فقط أو الحدث B فقط أو A و B معاً أي وقوع واحد على الأقل واحد من الحدثين A، B.
17. الرمز $P(A\cup B)$ يعني احتمال وقوع الحدثين A و B معاً أو بالتتابع.
18. الرمز $P(B|A)$ يعني احتمال وقوع الحدث B بشرط أن يكون الحدث A قد وقع فعلاً ويسمى هذا الاحتمال بالاحتمال الشرطي (*Conditional Probability*).
19. يقال للحدثين A، B إنهما متنافيان شاملان (*Mutually Exclusive Events*) إذا كان وقوع أحدهما يمنع وقوع الآخر وبذلك لا يمكن أن يقع الحدثان معاً، إي يكون $P(A\cap B)>0$.
20. يقال للحدثين A، B إنهما مستقلان (*Independent Events*) إذا كان احتمال وقوع أيهما لا يتأثر بوقوع أو عدم وقوع الآخر، أي إذا كان: $P(B|A)=P(B)$ و $P(A|B)=P(A)$.
21. احتمال وقوع الحدث A وعدم وقوع الحدث B يرمز له بـ $P(A\cap B^c)$.
22. إذا كان الحدثان A، B مستقلين فإن $P(A\cup B)=P(A).P(B)$.
23. إذا كان A, B حدثين معرفان على فراغ عينة S فإن $P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$.
24. احتمال ظهور الصورة عند رمي قطعة نقود معدنية متزنة مرة واحدة يساوي 50

1. أكتب فراغ العينة للتجارب العشوائية التالية:

(i) تجربة قذف قطعة عملة أربع مرات وتسجيل ترتيب ظهور الصورة (H) والكتابة (T).

(ii) تجربة قذف قطعة عملة مرة واحدة، فإذا ظهرت الصورة (H) فإننا نقذف حجر نرد مرة واحدة فقط أما إذا ظهرت الكتابة (T) فإننا نقذف قطعة النقود مرة أخرى.

(iii) تجربة اختيار طالب بصورة عشوائية ومعرفة هل هو من المؤيدين لنظام دراسي معين أم لا.

(iv) تجربة اختيار طالبين عشوائيا لمعرفة هل هما من المؤيدين لقضية معينة، إذا كانت إجابة كل منهما هي:
إما "مع" وسنرمز لها بالحرف W أو "ضد" وسنرمز لها بالحرف A أو "حيادي" وسنرمز لها بالحرف N.

(v) تجربة قذف قطعة نقود حتى تظهر الصورة (H) لأول مرة.

(vi) تجربة تسجيل عدد الوحدات المنتجة بواسطة إحدى الآلات والتي يتم فحصها قبل العثور على أول وحدة غير صالحة.

(vii) تجربة إيقاف سيارة عشوائيا عند نقطة شرطة المرور وتسجيل السرعة (بدقة تامة) التي كانت تسير بها السيارة.

(viii) تجربة تسجيل عمر تلفزيون بالساعات تم تشغيله حتى يتوقف عن العمل (على افتراض أن عمر التلفزيون قد قيس بدقة تامة).

(ix) تجربة تسجيل جنس كل طفل بالترتيب لعائلة بها طفلين بحيث كانت b تشير إلى الولد و g تشير إلى البنت.

2- صندوق يوجد به 6 بطاقات مرقمة من 1 إلى 6. سحبت بطاقتان عشوائيا من الصندوق. أكتب فراغ العينة وأحسب عدد عناصره في كل حالة من الحالات التالية:

أ- عند سحب البطاقتين الواحدة تلو الأخرى وبدون إرجاع البطاقة الأولى المسحوبة إلى الصندوق قبل سحب البطاقة الثانية وبغض النظر عن الترتيب.

ب- عند سحب البطاقتين الواحدة تلو الأخرى وبدون إرجاع البطاقة الأولى المسحوبة إلى الصندوق قبل سحب البطاقة الثانية مع أخذ الترتيب بعين الاعتبار.

ج- عند سحب البطاقتين الواحدة تلو الأخرى مع إرجاع البطاقة الأولى المسحوبة إلى الصندوق قبل سحب البطاقة الثانية مع أخذ الترتيب بعين الاعتبار.

3- إذا كان A, B حدثان معرفان على فراغ العينة لتجربة عشوائية، صف بكلمات واضحة الأحداث التالية:

$$A^c, B^c, A\cup B, A\cap B, A^c\cap B, A\cup B^c, A^c\cap B^c, (A\cup B)^c, (A\cap B)^c.$$

4- تم رمي حجر نرد متزن مرتين متتاليتين. فإذا كان x ترمز إلى نتيجة الرمية الأولى و y ترمز إلى نتيجة الرمية الثانية. فاكتب عناصر الأحداث التالية:

$$A=\{(x,y): x+y<5\}\ ،\ B=\{(x,y): x=y\}\ ،\ C=\{(x,y): x=3\}\ ،\ D=\{(x,y): x+y=1\}.$$

كذلك صف الاحداث التالية:

$$E=\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6)\}\ ،\ F=\{(4,4)\}\ ،\ G=\{(1,5),(2,6),(5,1),(6,2)\}.$$

5- إذا كان فراغ العينة لتجربة عشوائية هو $S=\{a,b,c\}$ ، فاكتب كل الأحداث الممكنة.

6- قذف حجرا نرد متزنان معا مرة واحدة ، أكتب فراغ العينة لهذه التجربة وكذلك عناصر الأحداث التالية:

A : الحدث الدال على ظهور رقمين متساويين.

B : الحدث الدال على ظهور رقمين مجموعهم اكبر من 7.

C : الحدث الدال على ظهور رقم 4 على زهرة النرد الثانية.

ثم صف بكلمات واضحة الأحداث التالية:

$$A\cup B,\quad A\cap B,\quad A\cap C,\quad A\cup C,\quad A^c,\quad B^c.$$

7- قذفت قطعة عملة متزنة وحجر نرد متزن معا، أكتب فراغ العينة S لهذه التجربة وحدد العناصر المكونة لكل حدث من الأحداث التالية:

A : ظهور عدد زوجي على زهرة النرد.

B : ظهور صورة (H) على قطعة النقود.

C : ظهور صورة (H) على قطعة النقود و عدد أقل من 4 على زهرة النرد.

D : ظهور كتابة (T) على قطعة النقود وعدد لا يقل عن 4 على وجه زهرة النرد.

1- عند القيام بدراسة طبية على مجموعة من الأشخاص تم تصنيف كل شخص طبقا لنوع فصيلة الدم (A, B, AB, O) وكذلك بالنسبة لضغط الدم (مرتفع، معتدل أو منخفض). بكم طريقة يتم تصنيف شخص معين من حيث فصيلة الدم وضغط الدم معا.

2- بكم طريقة يمكن كتابة زوج مرتب على الصورة (x, y) بحيث x يمكن أن تكون أحد الأعداد 1، 2، 3، 4، 5، 6 و y يمكن أن تكون أحد الحرفين H، T؟

3- بكم طريقة يتمكن طالب من الإجابة على 8 أسئلة (صح أو خطا) في امتحان ما ؟

4- بكم طريقة يتمكن طالب بكلية العلوم من اختيار ثلاثة مقررات الأول في الرياضة والثاني في الإحصاء والثالث في الحاسوب إذا كان يوجد بقسم الرياضيات 5 مقررات تناسب هذا الطالب وبقسم الإحصاء 3 مقررات تناسبه وبقسم الحاسوب 5 مقررات تناسبه أيضا؟

5- بكم طريقة يتمكن طالب بكلية العلوم من اختيار مقرر واحد فقط في الرياضة أو الفيزياء أو الحاسوب إذا كان يوجد بقسم الرياضيات 4 مقررات تناسب هذا الطالب وبقسم الفيزياء 3 مقررات تناسبه وبقسم الحاسوب مقرر واحد فقط يناسبه أيضا ؟

6- يوجد ثلاث مدن A, B, C بحيث يربط بين المدينة A والمدينة B أربعة طرق رئيسية ويربط بين المدينة C والمدينة B ثلاثة طرق رئيسية. بكم طريقة يتمكن سائق حافلة أن يقوم برحلة من المدينة A إلى المدينة C مارا بالمدينة B؟

7- بكم طريقة يمكن أن يجلس 5 أشخاص على خمسة مقاعد في صف؟

8- بكم طريقة يمكن أن يجلس 5 أشخاص على خمسة مقاعد حول مائدة مستديرة؟

9- إذا كان لدينا الحروف x, y, z.أوجد عدد الطرق الممكنة لتكوين حرفين من هذه الحروف بحيث لا يتكرر اي حرف اي مرة.

10- اشترك 9 متسابقين في سباق للسباحة. فبكم طريقة يمكن توزيع الجوائز الثلاث الأولى على المتسابقين؟

11- بكم طريقة يكن توزيع 6 فنيين للعمل على 6 آلات بمصنع علما بأن كل آلة تحتاج إلى فني واحد لإدارتها؟

12- إذا كان لدينا الأرقام 1, 2, 3, 5, 7, 9 فكم عددا مكونا من ثلاثة خانات يمكن تكوينها بحيث كل رقم يستخدم مرة واحدة فقط؟

13- إذا كان لدينا الأرقام 1, 2, 3, 5, 7, 9 فكم عددا مكونا من أربع خانات يمكن تكوينها بحيث كل رقم يستخدم أي عدد من المرات؟

14- بكم طريقة يمكن ترتيب حروف كلمة سلسبيل ؟ وكم عدد التباديل المختلفة التي يمكن تكوينها من حروف كلمة Them؟

15- بكم طريقة يمكن ترتيب كرتين حمراء وثلاث كرات خضراء و 5 كرات صفراء في خط مستقيم على اعتبار أنه ليس هنالك فرق بين الكرات ذات اللون الواحد.

16- كلية تلعب 8 مباريات كرة قدم خلال الدوري الجامعي لكرة القدم. بكم طريقة يتمكن الفريق أن ينهي الدوري بـ 4 فوز و 3 خسارة وتعادل واحد.

17- بكم طريقة يمكن توزيع 9 أجهزة كمبيوتر مختلفة على أربعة مستشفيات بمدينة طرابلس بحيث يستلم مركز طرابلس الطبي ثلاثة أجهزة وبقية الأجهزة تقسم بين المستشفيات الثلاثة الأخرى بالتساوي؟

18- القيت قطعة عملة متزنة 5 مرات متتالية. ما هو عدد عناصر الأحداث التالية:

أ- حدث ظهور 5 صور. ب- حدث ظهور ولا صورة

ج- حدث ظهور 3 صور وكتابتان. د- حدث ظهور 4 كتابات وصورة واحدة.

19- القيت زهرة نرد متزنة 7 مرات. ما هو عدد عناصر الأحداث التالية:

أ- حدث ظهور الوجه الذي يحمل رقم 5 اربع مرات.

ب- حدث ظهور الوجه الذي يحمل رقم 2 مرتين والوجه الذي يحمل رقم 4 ثلاث مرات.

20- فصل دراسي به 5 طلاب و 3 طالبات يراد اختيار لجنة مكونة من 4 أشخاص. أوجد عدد طرق اختيار هذه اللجنة في الحالات الآتية:

أ- بدون قيود.

ب- أن يكون عدد الطلاب مساويا لعدد الطالبات.

ج- أن يكون بهذه اللجنة طالبتين فقط.

د- أن يكون بهذه اللجنة طالبين على الأكثر

هـ- أن يكون بهذه اللجنة طالبة واحدة على الأقل.

و- إذا علمت أن طالب معين لابد أن يكون باللجنة فما هو عدد طرق اختيار هذه اللجنة ؟

21- ما هو عدد طرق اختيار لجنة مكونة من 3 أطباء من بين 10 أطباء يعملون بمركز طرابلس الطبي لغرض إيفادهم إلى مؤتمر علمي بالخارج بشرط أن يكون طبيب معين من ضمن اللجنة.

22- مجموعة من خمس عشرة جهازا لقياس ضغط الدم فيها جهاز واحد غير صالح. بكم طريقة يمكن أن نختار منها ثلاث أجهزة بحيث:

أ- لا تتضمن الجهاز الغير صالح.

ب- تتضمن الجهاز الغير صالح.

23- صندوق به 5 بطاقات مرقمة من 1 إلى 5. ما هو عدد طرق سحب عينة مكونة من ثلاث بطاقات

أ- في حالة سحب العينة مع الإرجاع (أي عند سحب بطاقة تلو الأخرى مع إرجاع البطاقة المسحوبة).

ب- في حالة سحب العينة بدون إرجاع (أي عند سحب بطاقة تلو الأخرى وبدون إرجاع البطاقة المسحوبة).

ج- في حالة سحب الثلاث بطاقات معا.

1. تم إلقاء حجر نرد متزن مرة واحدة. أوجد احتمال: أ- ظهور رقم زوجي. ب- عدم ظهور رقم زوجي. جـ- ظهور رقم أكبر من 2

2. إذا رمينا حجري نرد متزنين معا مرة واحدة. ما هو احتمال أن يكون مجموع الرقمين اللذين نحصل عليهما يساوي 7؟ وما هو احتمال أن يكون مجموع الرقمين 3 أو 6؟

3. صنعت زهرة نرد بحيث كان احتمال ظهور الوجه الذي يحمل رقم (1) هو w واحتمال ظهور اي وجه آخر يساوي رقم الوجه مضروبا في احتمال ظهور الوجه الذي يحمل رقم (1) (فمثلا $P(\{6\}) = 6P(\{1\}) = 6w$). أوجد $P(\{1\}), P(\{2\}), P(\{3\}), P(\{4\}), P(\{5\}), P(\{6\})$.

4. في تجربة إلقاء قطعة عملة متزنة اربع مرات إذا كان A هو الحدث الدال على ظهور الصورة مرتين و B هو الحدث الدال على ظهور الكتابة مرة واحدة على الأكثر، و C هو الحدث الدال على ظهور الكتابة ثلاث مرات على الأقل، و D هو الحدث الدال على ظهور كتابة في الرمية الثالثة. فأوجد الاحتمالات التالية:

$P(A), P(B), P(C), P(D), P(A \cup B), \quad P(A \cap C), \quad P(A \cup D), P(A^c), \quad P(B^c \cap C), P(A^c \cap B^c)$

5. صندوق به 50 بطاقة متشابهة مرقمة من 1 إلى 50 . اختيرت بطريقة عشوائية بطاقة واحدة. ما هو احتمال إن تكون البطاقة المسحوبة تحمل رقم فردي؟

6. من مجموعة الأرقام $\{1, 2, 3, 4, 5, ..., 30\}$ سحب رقما واحدا عشوائيا. ما هو احتمال أن يكون الرقم المختار يقبل القسمة على 8 أو 6؟ كذلك ما هو احتمال أن يكون الرقم المختار أكبر من 1؟

7. صندوق به 3 كرات بيضاء و 5 كرات حمراء و 8 كرات زرقاء و 7 كرات خضراء. سحبت كرة واحدة عشوائيا. أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة: أ- بيضاء. ب- زرقاء. جـ- خضراء. د- حمراء. هـ- بيضاء أو حمراء. و- ليست حمراء وليست خضراء. ز- حمراء أو بيضاء أو زرقاء.

8. يحتوي صندوق على 6 كرات حمراء مرقمة من 1 إلى 6 ، وكذلك 4 كرات بيضاء مرقمة من 1 إلى 4 وكانت جميع الكرات من الحجم نفسه. فإذا تم سحب كرة بصورة عشوائية من هذا الصندوق، ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة:
أ- حمراء. ب- تحمل رقم زوجي. جـ- حمراء وعليها رقم زوجي.
د- حمراء أو عليها رقم زوجي. هـ- ليست حمراء وليس عليها رقم زوجي

9. زهرة نرد غير متزنة القيت 1000 مرة وسجلت النتائج التالية:

رقم الوجه الذي ظهر إلى أعلى	1	2	3	4	5	6
عدد المرات	102	156	28	214	113	387

أوجد أ- احتمال الحصول علي وجه يحمل رقم فردي.
ب- احتمال الحصول على وجه يحمل رقم أكبر من 4 .

10. إذا كان A و B حدثين متنافيين وكان $P(A) = 0.5$ و $P(B^c) = 0.6$ فاوجد
(a) $P(A \cup B)$ (b) $P(A^c)$ (c) $P(A^c \cap B)$ (d) $P(A^c \cap B^c)$

11. إذا كان $P(A^c) = 0.52$ و $P(B) = 0.37$ و $P(A \cap B) = 0.13$ ، فاوجد
(a) $P(A \cup B)$ (b) $P(A \cap B^c)$ (c) $P(A^c \cup B^c)$ (d) $P(A^c \cap B^c)$
(e) $P(A \mid B)$ (f) $P(B \mid A)$ (g) $P(A^c \mid B^c)$ (h) $P(A \mid B^c)$

12. إذا كان $P(A_1) = 1/4$ و $P(A_2) = 1/3$ و $P(A_1 \mid A_2) = 1/2$ ، فاوجد
(a) $P(A_1 \cup A_2)$ (b) $P(A_1 \cup A_2)$ (c) $P(A_1^c \cap A_2^c)$ (d) $P(A_2 \mid A_1)$

13. إذا كان $P(F \mid E) = 0.4$, $P(E \mid F) = 0.6$, $P(E) = 0.6$ فهل الحدثان E , F مستقلان؟ ولماذا؟ كذلك أوجد قيمة $P(E \cup F)$.

1. إذا كان A و B حدثين معرفين على فراغ عينة S وكان $P(B)=0.4$ و $P(A)=0.3$ فأوجد $P(A\cup B)$ في كل حالة من الحالات الآتية:

(i) إذا كان A و B حدثان متنافيان. (ii) إذا كان A و B حدثان مستقلان. (iii) إذا كان $P(A^c\mid B)=0.75$

2. إذا كان 80% من المترددين على إحدى العيادات يشكون من التهابات بالمعدة و 30% يشكون من ارتفاع في ضغط الدم وان 20% يشكون من التهابات بالمعدة وارتفاع في ضغط الدم معا، فإذا تم إختيار مريضا عشوائيا من المترددين على العيادة فأوجد الاحتمالات الآتية:

i- احتمال أن يكون الشخص المختار يشكو من التهابات بالمعدة أو ارتفاع في ضغط الدم. أو من كليهما.
ii- احتمال أن يكون الشخص المختار يشكو من التهابات بالمعدة إذا كان يشكو أيضا من ارتفاع في ضغط الدم.
iii- احتمال أن لا يكون الشخص المختار يشكو من ارتفاع في ضغط الدم و أن لا يكون يشكو من التهابات بالمعدة.

3. يوجد في مصنع مولدين للكهرباء كل مولد مستقل في عمله عن المولد الأخر، فإذا كان احتمال عطب المولد الأول يساوي 0.001 واحتمال عطب المولد الثاني يساوي 0.02، فأوجد الاحتمالات الآتية:

i- احتمال عطب المولدين معا. ii- احتمال عطب أحد المولدين على الأقل.
iii- احتمال عدم عطب المولد الأول وعدم عطب المولد الثاني. iv- احتمال أن يكون المولد الأول فقط لا يعمل.

4. صنف 100 شخص متقدمين للحصول على إحدى الوظائف بأحدى الشركات النفطية وفقا للمؤهل ولسنوات الخبرة لكل متقدم لهذه الوظيفة فكانت النتيجة كما هي موضحة في الجدول التالي:

المؤهل / الخبرة	شهادة جامعية عليا	شهادة جامعية	شهادة ثانوية	المجموع
اقل من سنة	12	25	5	42
من سنة إلى اقل من 4 سنوات	5	11	10	26
من 4 سنوات فأكثر	13	5	14	32
المجموع	30	41	29	100

اختير شخصا واحدا عشوائيا،

أ- ما هو احتمال أن يكون ممن يحملون شهادة جامعية.

ب- إذا علمت أن الشخص الذي تم اختياره ممن يحملون الشهادة الثانوية فما هو احتمال أن يكون ممن لديهم على الأقل 4 سنوات خبرة.

ج- إذا رمزنا بـ H لحدث أن الشخص الذي تم اختياره يحمل شهادة جامعية عليا، ورمزنا بـ V لحدث انه يحمل الشهادة الجامعية، ورمزنا بـ E لحدث انه يحمل الشهادة الثانوية، ورمزنا بـ A لحدث أن له خبرة أقل من سنة، ورمزنا بـ B لحدث أن له خبرة من سنة إلى اقل من 4 سنوات، ورمزنا بـ C لحدث أن له خبرة من 4 سنوات فأكثر، عبر بكلمات عما تعنيه الرموز التالية:

$$P(H\cap C),\ P(H\mid A),\ P(H^c\mid A),\ P(V^c\cap B),\ P(C\mid E),\ P(E\mid A^c),\ P(E^c\mid A^c)$$

كذلك احسب الاحتمالات السابقة من الجدول مباشرة

5. إذا كان A و B حدثان معرفان على فراغ عينة S، وكان $P(A)=0.4, P(A\cup B)=0.7, P(B)=k$. أوجد قيمة k عندما يكون:

أ- A و B حدثان متنافيان. ب- A و B حدثان مستقلان.

6. ألقيت قطعة عملة متزنة ثم ألقيت زهرة نرد متزنة. أوجد احتمال ظهور العدد 4 على وجه زهرة النرد أو الصورة على قطعة العملة.

7. إذا كان G و H حدثان مستقلان بحيث $P(G\cup H)=0.6$ و $P(H^c)=0.6$، فأوجد $P(G)$ ؟

8. صندوق يوجد به 3 كرات حمراء وأربع كرات بيضاء وخمس كرات زرقاء، ويتضمن صندوق آخر كرة حمراء واحدة وست كرات بيضاء وثلاث كرات زرقاء. سحبت عشوائيا كرة من كل صندوق. ما هو احتمال الحصول على:

أ- كرتان من نفس اللون. ب- كرة حمراء وكرة بيضاء. جـ- كرة حمراء واحدة على الأقل. د- كلاهما ليست زرقاء.

9. يوجد في صندوق 3 كرات بيضاء وكرة سوداء واحدة. وتتضمن حقيبة كرة بيضاء وكرة سوداء. سحبت كرة واحدة عشوائيا من الصندوق وتم وضعها في الحقيبة. ثم خلطت الكرات التي في الحقيبة جيدا وتم سحب كرة عشوائيا من الحقيبة. ما هو احتمال أن تكون الكرة المسحوبة من الحقيبة بيضاء اللون ؟ وما هو احتمال أن تكون الكرة المسحوبة من الصندوق بيضاء اللون؟

10. حقيبة بها 4 كرات بيضاء و 6 كرات حمراء. سحبت كرة من الحقيبة وأضيفت كرة من اللون المخالف للكرة المسحوبة ثم سحبت بعد ذلك كرة ثانية من الحقيبة. ما هو احتمال أن تكون الكرة الثانية حمراء اللون.

1- يقال لثلاثة أحداث A, B, C بأنها مستقلة إذا كان

$$P(A \cap B) = P(A)P(B),$$
$$P(A \cap C) = P(A)P(C),$$
$$P(B \cap C) = P(B)P(C),$$
$$P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C),$$

على افتراض أن قطعة عملة متزنة ألقيت مرتين. أكتب عناصر الأحداث التالية:

A: حدث ظهور صورة في الرمية الأولى. B: حدث ظهور صورة في الرمية الثانية.

C: حدث ظهور صورتين أو كتابتين.

هل A, B, C أحداثا مستقلة ؟

2- إذا كان A و B حدثان مستقلان بحيث كان $P(A) = 1/5$ ، $P(B) = 3P(B^c)$ ، أوجد $P(A \cup B)$.

3- إذا كان A و B أي حدثين. أياً من الجمل التالية، عموما، تكون خاطئة ؟ ولماذا ؟

(a) $P(A \mid B) + P(A^c \mid B) = 1$ (b) $P(A \mid B) + P(A \mid B^c) = 1$ (c) $P(A \mid B) + P(A^c \mid B^c) = 1$

4- تتكون منظومة كهربائية من 3 وحدات تعمل مستقلة عن بعضها البعض. وتعمل هذه المنظومة إذا عملت وحدة واحدة على الأقل. فإذا كان احتمال توقف هذه الوحدات عن العمل هو على التوالي: 0.02, 0.05, 0.10. ما هو احتمال عدم توقف هذه المنظومة عن العمل؟

5- مصنع به ثلاثة خطوط إنتاج A, B, C وكان الخط A ينتج 40% من الإنتاج، والخط B ينتج 50% من الإنتاج، والخط C ينتج 10% من الإنتاج، وكانت نسبة لإنتاج المعيب للخطوط الثلاث على الترتيب هو 2% و 4% و 1% فإذا اختيرت وحدة واحدة من الإنتاج بشكل عشوائي، أحسب

أ- احتمال أن تكون الوحدة المسحوبة معيبة.

ب- احتمال أن تكون الوحدة المسحوبة سليمة.

ج- احتمال أن تكون الوحدة المسحوبة من إنتاج الخط A إذا علمت أن الوحدة المسحوبة كانت سليمة.

6- في كلية العلوم إذا كان 60% من الطلبة المسجلين في مقرر متقدم عن الحاسب الآلي هم من طلبة قسم الإحصاء والباقون من طلبة قسم الحاسب الآلي. فإذا كانت نسبة النجاح في هذا المقرر هي 70% بالنسبة لطلبة قسم الإحصاء، بينما ترتفع هذه النسبة إلى 90% بين طلاب قسم الحاسب الآلي، إذا اختير طالبا بصورة عشوائية من بين الطلبة لدارسين لهذا المقرر:

أ- ما هو احتمال أن يكون راسبا في هذا المقرر؟

ب- ما هو احتمال أن يكون ناجحاً في هذا المقرر؟

ج- إذا علمت أن الطالب المختار كان من الناجحين في هذا المقرر، فما هو احتمال أن يكون هذا الطالب من طلبة قسم الحاسب الآلي؟

7- في إحدى الكليات وجد أن 4% من الذكور و 1% من الإناث الدارسين بالكلية أعمارهم أكبر من 22 سنة، وأن 60% من الدارسين بالكلية هم من الإناث. فإذا اختير شخصا بطريقة عشوائية من بين الطلبة الدارسين بهذه الكلية ووجد أن عمره أكبر من 22 سنة فما هو احتمال أن يكون أنثى؟

8- في أحد المجتمعات الإنسانية تبلغ نسبة المصابين بمرض السكري 8% . واحتمال أن يقرر طبيب معين إصابة شخص بهذا المرض، علما بأنه مريض بالفعل، هو 0.95 واحتمال أن يقرر الطبيب إصابة الشخص بالمرض علما بأنه غير مصاب هو 0.02 . فإذا اختير شخص عشوائياً من هذا المجتمع الإنساني فما هو احتمال أن يكون الشخص المختار مريضاً بالسكري علما بأن الطبيب قد أنبأه بذلك ؟

9- إذا كان لينا صندوقين بحيث كان الصندوق الأول يحتوي على 5 كرات حمراء وثلاث كرات بيضاء و 8 كرات زرقاء، وكان الصندوق الثاني يحتوي على 3 كرات حمراء و 5 كرات بيضاء. رميت زهرة نرد متزنة مرة واحدة، فإذا ظهر الرقم 5 أو 6 تختار كرة من الصندوق الثاني، وإذا ظهر خلاف ذلك تختار كرة من الصندوق الأول. اوجد:

أ- احتمال اختيار كرة حمراء.

ب- احتمال اختيار كرة زرقاء.

ج- إذا علمت أن الكرة المسحوبة كانت بيضاء فما هو احتمال أن تكون قد سحبت من الصندوق الثاني.

10- يوجد في غرفة 18 شخصاً بحيث كان بينهم 5 رجال عمرهم على الأقل 21 سنة و 4 رجال عمرهم أقل من 21 سنة و 6 نساء عمرهم على الأقل 21 سنة، و 3 نساء عمرهم أقل من 21 سنة. اختير شخص واحد عشوائيا من بينهم. إذا علمت أن الشخص المختار عمره أقل من 21 سنة فما هو احتمال أن يكون رجلاً ؟